



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2308766

引用格式:黄俊杰,陈刚,付江月.考虑信任关系的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法[J].科学技术与工程,2024,24(34):14522-14530.

Huang Junjie, Chen Gang, Fu Jiangyue. Pythagorean fuzzy multi-attribute group decision-making method considering trust relationships[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(34): 14522-14530.

数学

## 考虑信任关系的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法

黄俊杰<sup>1</sup>, 陈刚<sup>1,2\*</sup>, 付江月<sup>1</sup>

(1. 贵州大学管理学院, 贵阳 550025; 2. 贵州大学喀斯特地区发展战略研究中心, 贵阳 550025)

**摘要** 针对社会网络中专家给出的属性值为 Pythagorean 模糊数且专家权重未知的多属性群决策问题进行研究,提出了一种考虑信任关系的多属性群决策方法。首先,绘制专家的社会网络图,根据点度中心度和接近中心度计算得到专家的综合权重;其次,利用 Pythagorean 模糊加权平均算子集结得到群决策矩阵,计算属性值、方案和决策者 3 个层面的共识水平;再次,提出基于信任的反馈机制对不满足共识阈值的初始信息进行调整;最后,基于罗马尼亚选择法和群体得分矩阵计算各备选方案的综合得分值,并据此对方案进行排序。案例分析表明,该方法考虑了决策者的信任关系,优化了社会网络环境下的群决策共识达成过程,能达到满意的群体共识水平,最大程度地保留了决策者的初始判断信息,具有一定的可行性和有效性。

**关键词** 群决策; 信任关系; 社会网络; 共识水平; 反馈机制

中图分类号 O224;

文献标志码 A

### Pythagorean Fuzzy Multi-attribute Group Decision-making Method Considering Trust Relationships

HUANG Jun-jie<sup>1</sup>, CHEN Gang<sup>1,2\*</sup>, FU Jiang-yue<sup>1</sup>

(1. School of Management, Guizhou University, Guiyang 550025, China;

2. Karst Area Development Strategy Research Center, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

**[Abstract]** To solve the multi-attribute group decision-making problem with Pythagorean fuzzy number as attribute value and unknown expert weights in social networks, a solution considered trust relationships was proposed. Firstly, the comprehensive weights of experts were calculated based on point degree centrality and proximity centrality after the experts' social network graph was charted. Secondly, the group decision matrix was obtained using the Pythagorean fuzzy weighted average operator, and the consensus levels of attribute values, options, and decision-makers were computed. Thirdly, a trust-based feedback mechanism was proposed to adjust the initial information that does not meet the threshold of consensus level. Finally, the comprehensive score values of each alternative were calculated using the Romanian selection method and the group score matrix, after which the alternatives were ranked. A numerical example shows that this method is feasible and effective, as it considers the trust relationships of decision-makers, optimizes the consensus process in group decision-making within social network environments, achieves a satisfactory level of group consensus, and preserves the initial judgment information of decision-makers to the greatest extent.

**[Keywords]** group decision-making; trust relationships; social networks; consensus level; feedback mechanism

多属性决策是指考虑方案的多个目标属性,通过多方面综合评价各个备选方案,然后对所有备选方案的评价结果进行排序以选择最优方案的决策问题。群决策理论是以群体为决策主体所进行的决策活动,如果在决策过程中有多个成员共同参

与,发挥群体的力量共同解决复杂的决策问题,决策结果会变得更加可靠。在日益复杂的决策环境下,由于决策信息的不确定性和决策专家自身主观知识与能力的局限性,决策者很难用精确的数值来评价方案的属性信息,决策者的决策信息通常以模

收稿日期: 2023-11-09; 修订日期: 2024-09-19

基金项目: 国家自然科学基金(71761006, 72261006); 贵州省教育科学规划项目(2022B017); 贵州大学人文社会科学青年项目(GDQN2023007)

第一作者: 黄俊杰(2000—),男,汉族,安徽宣城人,硕士研究生。研究方向:不确定性决策。E-mail: gs.jjhuang21@gzu.edu.cn。

\*通信作者: 陈刚(1987—),男,汉族,四川广安人,博士,副教授。研究方向:应急管理,决策理论与方法。E-mail: gchen3@gzu.edu.cn。

糊信息<sup>[1]</sup>的形式给出。模糊集合理论是 Zadeh<sup>[2]</sup>创立的一种描述事物的不确定性和模糊性的方法。在此基础上,Atanassov<sup>[3]</sup>对模糊集理论进行拓展,提出了直觉模糊集理论,用隶属度和非隶属度表示决策者对方案的肯定与否定程度。随着现实决策环境的发展,越来越多的模糊集理论因此诞生。俱鑫等<sup>[4]</sup>提出基于三角直觉模糊数的多属性决策模型解决决策问题中决策者主观判断的模糊性和决策过程中的补偿问题;王志平等<sup>[5]</sup>考虑概率犹豫模糊环境下决策者心理行为的不足,提出基于累积前景理论与多准则妥协优化解(vlse kriterijumski optimizaciori racun, VIKOR)法相结合的多属性群决策方法。考虑到直觉模糊集不能应用于隶属度与非隶属度之和大于1的决策情景,Yager<sup>[6]</sup>提出了 Pythagorean 模糊集的概念,将可用范围拓展至隶属度与非隶属度之和可大于1但其二者的平方和 $\leq 1$ 的决策情形,给决策者提供了更为宽松的决策环境。

自从 Pythagorean 模糊集的概念提出以来,基于 Pythagorean 模糊信息的决策方法研究层出不穷。如丁恒等<sup>[7]</sup>将 Pythagorean 模糊信息引入幂加权平均算子,提出基于 Pythagorean 模糊幂加权平均算子的群决策方法;杨扬等<sup>[8]</sup>将 Pythagorean 模糊数和幂均算子相结合,拓展了一种新的改进加权支持度,进而建立了一种 Pythagorean 模糊背景下能够反映决策属性间相互作用的决策方法;施明华等<sup>[9]</sup>针对专家权重未知且属性值为 Pythagorean 模糊数的多属性群决策问题,基于证据理论和混合加权麦克劳林对称平均(maclaurin symmetric mean, MSM)算子提出了一种群决策方法;李进军等<sup>[10]</sup>在区间 Pythagorean 模糊环境下提出了基于区间 Pythagorean 模糊加权幂几何-几何 Heronian 平均算子的多属性群决策方法;黄俊杰等<sup>[11]</sup>针对专家给出的属性值为 Pythagorean 模糊语言且权重未知的多属性决策问题进行研究,提出一种基于云模型的多属性决策方法;Akram 等<sup>[12]</sup>提出基于 Pythagorean 模糊逼近理想解排序法(technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS)的方法以解决属性值为 Pythagorean 模糊数的群体决策问题;Shakeel 等<sup>[13]</sup>定义了 Pythagorean 梯形模糊爱因斯坦加权几何等算子,并提出了解决 Pythagorean 梯形模糊环境下的多属性群决策方法。上述研究大多集中于 Pythagorean 模糊算子与 Pythagorean 模糊信息的集结,考虑群体共识的研究相对较少。

随着以网络为核心的信息技术的发展,决策者之间进行信息交流越来越方便,特别是一些社交网络软件为人们之间的交流互动、信息传播提供了平

台。这类社交平台增强了决策者之间的紧密联系,使得决策者之间的诸如信任关系、影响力等社会关系在实际的决策活动中被放大显现,形成具有一定特征的社会网络,而其中由信任关系构成的社会网络称为信任网络。在群决策环境下,由于信息量较大及决策者水平差异等因素,导致决策专家相互之间的信任程度存在差异性,影响决策共识的达成。中外学者在这一方面已有诸多研究成果,如郝涪涪等<sup>[14]</sup>构建了社会网络环境下考虑决策者非合作行为的共识模型;顾月琴等<sup>[15]</sup>构建了基于社会网络双反馈机制的共识模型;Wang 等<sup>[16]</sup>设计了一种具有社会网络外部性的新型共识达成过程;Chu 等<sup>[17]</sup>提出了基于社会网络社区分析和不完全模糊偏好关系的大规模群体决策方法;李胜利等<sup>[18]</sup>提出了社会网络环境下基于信任关系和互补判断矩阵的群决策方法;Li 等<sup>[19]</sup>提出了一种基于社会网络的两阶段动态影响模型来解决不完全信息下大规模群体决策的共识达成过程;Wang 等<sup>[20]</sup>考虑决策者社会关系,提出了一种基于社会网络分析的多准则毕达哥拉斯模糊群决策方法;Liu 等<sup>[21]</sup>建立了基于毕达哥拉斯模糊集最小调整的可视化社会网络群体共识方法。

综上所述,Pythagorean 模糊数与信任网络相结合的研究较少,而毕达哥拉斯模糊数可以更好地表示决策专家的评价信息,满足信息表达的多样性和复杂性的需要,很大程度上解决了人的思维具有模糊性和决策问题具有不确定性的问题。将毕达哥拉斯模糊数引入社会网络信任环境,将传统的群决策方法拓展到现实的网络社会中,考虑了决策者之间的动态联系,更加符合现实情况。因此,现将 Pythagorean 模糊数引入社会网络,综合考虑客观属性权重和决策专家权重,构建基于信任关系的群体共识机制提出一种考虑信任关系的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法。

## 1 预备知识

### 1.1 Pythagorean 模糊集

定义 1<sup>[22]</sup> 设  $X$  是一个非空可枚举集合,则  $X$  中任意的 Pythagorean 模糊集可表达为

$$P = \{ \langle x, \mu_p(x), \nu_p(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (1)$$

式(1)中: $\mu_p(x)$ 和 $\nu_p(x)$ 分别为集合中的元素 $x$ 隶属于和非隶属于 $X$ 的程度,其中, $\mu_p(x) \in [0, 1]$ , $\nu_p(x) \in [0, 1]$ ,且满足 $\forall x \in X, 0 \leq [\mu_p(x)]^2 + [\nu_p(x)]^2 \leq 1$ 。对于任意的 Pythagorean 模糊集  $P$ , $\pi_p(x) = \sqrt{1 - [\mu_p(x)]^2 - [\nu_p(x)]^2}$ 为 $x \in X$ 的犹豫度,其中 $\pi_p(x) \in [0, 1]$ 。

**定义 2**<sup>[23]</sup> 设  $p_1, p_2, p$  是 3 个 Pythagorean 模糊数, 其基本运算为

$$p_1 \oplus p_2 = (\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 - \mu_1^2 \mu_2^2}, \nu_1 \nu_2) \quad (2)$$

$$p_1 \otimes p_2 = (\mu_1 \mu_2, \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2 - \nu_1^2 \nu_2^2}) \quad (3)$$

$$\lambda p = [\sqrt{1 - (1 - \mu^2)^\lambda}, \nu^\lambda], \quad \lambda > 0 \quad (4)$$

$$p^\lambda = [\mu^\lambda, \sqrt{1 - (1 - \nu^2)^\lambda}], \quad \lambda > 0 \quad (5)$$

$$p^c = (\nu, \mu) \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  为常数;  $\mu, \nu$  分别为 Pythagorean 模糊数的隶属度和非隶属度。

**定义 3**<sup>[20]</sup> 设  $p(\mu_p, \nu_p)$  是一个 Pythagorean 模糊数, 则  $p$  的得分函数定义为

$$S(p) = \frac{1}{2}(1 + \mu_p^2 - \nu_p^2) \quad (7)$$

式(7)中:  $S(p) \in [0, 1]$ 。得分函数值越大, 表示 Pythagorean 模糊数越大。

**定义 4**<sup>[23]</sup> 设  $p_1(\mu_{p_1}, \nu_{p_1}), p_2(\mu_{p_2}, \nu_{p_2})$  是两个 Pythagorean 模糊数,  $p_1$  和  $p_2$  之间的距离定义为

$$d(p_1, p_2) = \frac{1}{2} \left( |\mu_{p_1}^2 - \mu_{p_2}^2| + |\nu_{p_1}^2 - \nu_{p_2}^2| + |\pi_{p_1}^2 - \pi_{p_2}^2| \right) \quad (8)$$

**定义 5**<sup>[24]</sup> 设  $p_a = (\mu_a, \nu_a)$ , 表示一组 Pythagorean 模糊数, 其中,  $a = 1, 2, \dots, n$ ;  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  为权重向量, 且  $\sum_{a=1}^n \omega_a = 1$ , 则毕达哥拉斯模糊加权平均 (pythagorean fuzzy weighted average, PFWA) 算子定义为

$$\text{PFWA}(p_1, p_2, \dots, p_n) = \left( \sum_{a=1}^n \omega_a \mu_a, \sum_{a=1}^n \omega_a \nu_a \right) \quad (9)$$

## 1.2 社会网络中心度

在社会网络中一般用节点  $e$  和边  $I$  表示人们彼此之间存在的各种相互关联的社会关系<sup>[25]</sup>。节点  $e$  可以表示社会行为主体, 边  $I$  可以用来表示各节点之间的社会关系, 如信任关系和合作关系等, 依据现实情况, 节点之间的连接关系存在单向连接、双向连接和不连接 3 种情况<sup>[26]</sup>。社会网络分析的表达形式通常有 3 种<sup>[27]</sup>: 社会关系矩阵、网络关系图和代数式。

**定义 6** 社会网络通常表示为有向图  $G(V, E)$  的形式, 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$  表示社会网络中的主体即决策者,  $E$  表示网络图中的有向边。  $(v_i, v_j) \in E$  表示决策者  $v_i$  与  $v_j$  之间存在直接信任的关系。社会网络还可以用邻接矩阵的形式来表示。有向图  $G(V, E)$  的邻接矩阵用  $D = (d_{ij})_{m \times m}$  表示, 其中  $d_{ij} = 1$  表示在节点  $v_i$  和  $v_j$  存在边的连接,  $d_{ij} = 0$  则表

示节点  $v_i$  和  $v_j$  之间不存在连接。

对于无向网络图来说, 邻接矩阵是对称的, 而对于有向网络图来说, 邻接矩阵的第  $i$  行 (或第  $i$  列) 非零元素的个数是第  $i$  个节点的出度 (或入度)。

在社会网络分析中, 中心度表示的是点的中心度, 点的中心度主要有度数中心度、中间中心度和接近中心度 3 种。点的度数中心度分为绝对度数中心度和相对度数中心度, 绝对度数中心度是其他点与节点直接相连的点数, 不考虑间接相连的点, 因此表示的是节点在局部的中心性, 反映该节点与其他节点的直接联系与交互能力; 相对度数中心度指点的绝对中心度与网络图中点的最大可能度数之比。在有向图中, 点的度数包括点入度和点出度, 点入度是其他点指向该节点的个数, 反映了该节点被其他点所信任的程度; 点出度是该节点直接出发的关系数, 反映了该节点与其他点的直接联系程度。接近中心度是网络分析中用来衡量节点在网络中权力的指标, 节点的接近中心度是一种针对不受他人控制的测度。节点的接近中心度越大, 对应节点的权力越大, 其影响力就越大。一个点的接近中心度是该点与社会网络图中所有其他点的捷径距离之和的倒数。

**定义 7**<sup>[28]</sup> 设  $N_{in}^l$  和  $N_{out}^l$  分别表示专家  $e_l$  的标准化点入度和标准化点出度, 则

$$N_{out}^l = \frac{L_{out}^l}{L} \quad (10)$$

$$N_{in}^l = \frac{L_{in}^l}{L} \quad (11)$$

式中:  $L_{in}^l$  为在社会网络图中箭头方向指向专家节点  $e_l$  的个数;  $L_{out}^l$  为在社会网络图中从专家节点  $e_l$  出发的箭头个数;  $L$  为社会网络图中所有节点相互间的总边数。

**定义 8**<sup>[29]</sup> 设  $D(e_l, e_j)$  表示社会网络中节点  $e_l$  和节点  $e_j$  之间的捷径距离 (即捷径中包含的边数), 则节点  $e_l$  的个体接近中心度为

$$C_l = \frac{1}{\sum_{j \neq l; e_l, e_j \in V} D(e_l, e_j)} \quad (12)$$

## 2 考虑信任关系的群决策方法

针对属性值为 Pythagorean 模糊数的多属性群决策问题, 设有  $m$  位专家  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  参与决策, 有  $n$  个备选方案  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 有  $k$  个属性指标  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$ ; 属性权重向量由  $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$  表示,  $\omega_j \in [0, 1]$  且  $\sum_{j=1}^k \omega_j = 1$ ;

$\bar{\omega} = \{\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \dots, \bar{\omega}_m\}$  表示决策专家的权重,且  $\bar{\omega}_i \in [0, 1]$ ,  $\sum_{i=1}^m \bar{\omega}_i = 1$ 。决策专家  $e_i$  对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的 Pythagorean 模糊数可表示为  $p_{ij}^l = (\mu_{ij}^l, \nu_{ij}^l)$ , 其中  $\mu_{ij}^l$  表示决策专家  $e_i$  对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的肯定程度,  $\nu_{ij}^l$  则表示决策专家  $e_i$  对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的不确定程度, 相应的决策矩阵表示为  $P^l = (p_{ij}^l)_{n \times k}$ 。

## 2.1 决策者权重确定

在社会网络中,决策者越是受到其他专家的信任,说明越受重视,其社会网络中相应的重要性就越大,反之其重要程度就越低。在社会网络中,中心性是判断决策专家重要性程度的重要指标之一,相对度数中心度将节点的度数与其他节点的度数进行比较,以确定节点在社会网络中的相对重要性,但是如果网络中存在一个高度集中的节点,那么相对度数中心度可能会被过度估计。因此,根据专家在社会网络中的位置以及与其他专家之间的相互联系,结合决策专家个体的相对度数中心度和接近中心度可以得到决策专家  $e_i$  的权重为

$$\bar{\omega}_i = \alpha \frac{N_{in}^l + N_{out}^l}{\sum_{l=1}^m (N_{in}^l + N_{out}^l)} + \beta \frac{C_i}{\sum_{l=1}^m C_l} \quad (13)$$

式(13)中:  $\alpha$  和  $\beta$  分别为个体点度中心度和个体接近中心度对决策专家权重的影响程度,且满足  $\alpha \in [0, 1]$ ,  $\beta \in [0, 1]$  且  $\alpha + \beta = 1$ 。

## 2.2 基于信任关系的群体共识模型

在群体决策过程中,由于不同决策者的意见存在不一致的情况,因此在将个人意见集结成集体意见之前,决策者之间最好达成共识,为此,本文研究在属性值、方案和决策者 3 个层面定义了共识水平。设置共识阈值,当有关共识水平达到事先设置的共识阈值时,执行备选方案的选择过程;否则需识别低于共识阈值的决策者并根据信任机制修改其初始评价信息以提高群体的共识水平。

### 2.2.1 计算共识水平

计算属性值层面上的共识水平,决策者  $e_i$  对于方案  $x_i$  在属性  $c_j$  的共识水平  $L_{ij}^l$  的计算公式为

$$L_{ij}^l = 1 - d(p_{ij}^l, p_{ij}^*) = 1 - \frac{1}{2} \left[ |(\mu_{ij}^l)^2 - (\mu_{ij}^*)^2| + |(\nu_{ij}^l)^2 - (\nu_{ij}^*)^2| + |(\pi_{ij}^l)^2 - (\pi_{ij}^*)^2| \right] \quad (14)$$

式(14)中:  $p_{ij}^l$  为决策者  $e_i$  对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的评价信息;  $p_{ij}^*$  为信息集结后的群体决策矩阵中第  $i$  行第  $j$  列的元素值,即决策群体对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的评

价值;  $d(p_{ij}^l, p_{ij}^*)$  为  $p_{ij}^l$  与  $p_{ij}^*$  之间的距离;  $\mu_{ij}^l$  和  $\mu_{ij}^*$  分别为决策者  $e_i$  和决策群体对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下评价信息的隶属度;  $\nu_{ij}^l$  和  $\nu_{ij}^*$  分别为决策者  $e_i$  和决策群体对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下评价信息的非隶属度;  $\pi_{ij}^l$  和  $\pi_{ij}^*$  分别为决策者  $e_i$  和决策群体对方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下评价信息的犹豫度。

计算方案层面上的共识水平,决策者  $e_i$  在方案  $x_i$  的共识水平  $L_i^l$  计算公式为

$$L_i^l = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k L_{ij}^l \quad (15)$$

计算决策者层面上的共识水平,决策者  $e_i$  到群体决策矩阵的共识水平  $L^l$  计算公式为

$$L^l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i^l \quad (16)$$

$L^l$  的值越大,表明决策者  $e_i$  到群体决策矩阵的共识水平就越高。若  $L^l$  的值为 1,则说明决策者  $e_i$  的决策矩阵和群体决策矩阵完全一致,但此种情况趋于理想化,因此通常会设置一个合适的共识阈值  $\sigma$ , 作为满足群体共识水平的最低要求。当  $L^l$  的值大于事先设定的共识阈值  $\sigma$  时,不需要对决策者  $e_i$  的初始决策矩阵进行调整,当存在  $L^l$  的值低于设定的阈值  $\sigma$  时,就必须执行群体共识模型,以帮助决策者修改其评价信息并提高其与群体的共识水平,从而达成群体共识。

### 2.2.2 基于信任的反馈机制

反馈机制为共识水平低于共识阈值  $\sigma$  的决策者提供了评价信息的修改建议与修改方向。在提供修改建议之前,需要识别需要修改的决策者在方案层面的属性值,因此,首先需要识别出共识水平低于共识阈值  $\sigma$  的决策者  $e_i$ , 对于决策者  $e_i$  识别出需要修改的方案集合  $x_i^l$ , 针对方案  $x_i^l$ , 再识别出需要修改的属性值  $p_{ij}^l$ 。识别出需要修改的位置后,根据提出的信任反馈机制对初始决策信息进行调整,调整的具体方向为

$$\begin{cases} \hat{\mu}_{ij}^l = \sqrt{(1-\gamma)(\mu_{ij}^l)^2 + \gamma(\mu_{ij}^*)^2} \\ \hat{\nu}_{ij}^l = \sqrt{(1-\gamma)(\nu_{ij}^l)^2 + \gamma(\nu_{ij}^*)^2} \end{cases} \quad (17)$$

式(17)中:  $\gamma$  为控制初始评价信息调整程度的参数且  $\gamma \in [0, 1]$ ,  $(\mu_{ij}^*, \nu_{ij}^*)$  为基于信任集结后的群体属性评价信息,  $(\hat{\mu}_{ij}^l, \hat{\nu}_{ij}^l)$  为决策者  $e_i$  基于信任反馈机制调整后的个人属性评价信息。

当调整参数  $\gamma = 0$  时,根据信任反馈机制,表示不对个体决策者的评价信息作任何调整;当调整参数  $\gamma = 1$  时,表示用群体评价信息替代个体决策者的评价信息。因此,合适的调整参数  $\gamma$  可以更好地去平衡群体共识和个体之间的独立性。当部分决

策者的初始评价信息经反馈机制进行调整后,群体决策信息也会随之发生改变,但是可以估计初始评价信息经过调整的决策者将会比之前更加靠近新的群体决策矩阵,进而提高群体的共识水平。

### 2.2.3 基于罗马尼亚选择法的方案排序

为了使多属性决策问题的方案选择能够尽量规范化,采用罗马尼亚选择法对备选方案进行排序选择。罗马尼亚选择法是优劣系数法的典型应用<sup>[30]</sup>,该方法将备选方案中的定性和定量因素合理结合起来,选定的方案既全面又不失重点。

首先将各决策者调整后的评价信息进行信息集结得到群体决策矩阵  $\mathbf{P}^* = (p_{ij}^*)_{n \times k}$ , 通过得分函数计算得到一个得分矩阵  $\mathbf{P} = (p_{ij})_{n \times k}$ , 对于得分矩阵  $\mathbf{P}$  和属性权重向量  $\boldsymbol{\omega} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$ , 罗马尼亚选择法的具体应用步骤如下。

(1) 对得分矩阵  $\mathbf{P}$  作标准化处理, 得到标准化后的得分矩阵  $\mathbf{P}' = (p'_{ij})_{n \times k}$ 。

$$p'_{ij} = \frac{99[p_{ij} - W(p_{ij})]}{B(p_{ij}) - W(p_{ij})} + 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

式(18)中:  $p_{ij}$  为群体决策矩阵中方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的得分值;  $W(p_{ij})$  为群体决策矩阵中所有方案在属性  $c_j$  下的最小得分值;  $B(p_{ij})$  为群体决策矩阵中所有方案在属性  $c_j$  下的最大得分值;  $p'_{ij}$  为标准化后的群体决策矩阵中方案  $x_i$  在属性  $c_j$  下的得分值。

(2) 根据属性权重向量和标准化后的得分矩阵  $\mathbf{P}'$  求得各方案的综合得分值  $V_i$ 。

$$V_i = \sum_{j=1}^k \omega_j p'_{ij} \quad (19)$$

(3) 根据综合得分值  $V_i$  对各备选方案进行排序, 其中  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $V_i$  的值越大, 表明方案  $x_i$  更满足群体决策的要求, 即方案评价越优。

综上, 考虑信任关系的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法具体步骤如下。

**步骤1** 根据专家社会网络关系, 利用式(10)~式(12)计算决策专家的个体点度中心度和个体接近中心度, 依据式(13)计算得到各决策专家权重。

**步骤2** 利用式(9)对单个决策者给出的决策矩阵进行信息集结得到群体决策矩阵。

**步骤3** 综合个人决策矩阵和集结后的群体决策矩阵, 利用式(14)~式(18)计算共识水平。

**步骤4** 如果共识水平小于共识阈值, 则利用式(11)对共识水平低于共识阈值的决策者的初始评价信息进行调整, 转入步骤2; 如果共识水平  $\geq$  共识阈值, 则转入步骤5。

**步骤5** 利用式(7)计算调整后的群体得分矩

阵, 并根据式(18)对群体得分矩阵作标准化处理。

**步骤6** 利用式(19)计算备选方案  $x_i$  的综合得分值, 从而对方案进行排序选择得出最优决策方案。

## 3 算例分析

### 3.1 算例背景

在荒漠等地区建设风电光伏基地项目, 有利于兼顾经济发展和绿色转型, 对“双碳”目标的达成具有重要的推动作用。为选择合适地区进行风电光伏基地项目的规划建设, 基于决策的公平性与合理性, 决策部门聘请了来自科研院校、政府部门和非盈利组织等机构的 10 位专家<sup>[31]</sup>对 4 个可供选择的候选地区进行评估, 制定了 5 个评价指标, 所选评价指标来源于文献[32], 包括资源丰富程度 ( $c_1$ )、资源可利用程度 ( $c_2$ )、配置资源能力 ( $c_3$ )、政策供给能力 ( $c_4$ )、环境友好能力 ( $c_5$ )。10 位专家经讨论后给定的属性权重向量  $\boldsymbol{\omega} = \{0.35, 0.2, 0.15, 0.1, 0.2\}$ 。由于专家来自不同领域, 知识结构及对该决策问题的认知不尽相同, 很难用精确的数值来评价方案的属性信息。为了反映对评价信息的不确定性, 经讨论, 专家组决定采用毕达哥拉斯模糊数表示对指标的评价, 各专家提供的初始评价信息如表 1 所示。

### 3.2 决策过程

**步骤1** 通过决策专家的社会网络关系图, 依据式(10)~式(12)计算得到决策专家的个体点度中心度向量为  $\{0.07, 0.10, 0.10, 0.12, 0.09, 0.17, 0.07, 0.06, 0.10, 0.12\}$ , 决策专家的个体接近中心度向量为  $\{0.09, 0.10, 0.11, 0.10, 0.09, 0.13, 0.07, 0.09, 0.11, 0.11\}$ ,  $\alpha, \beta$  取值均为 0.5, 利用式(13)综合计算得各决策专家权重为  $\{0.08, 0.10, 0.11, 0.11, 0.09, 0.15, 0.07, 0.07, 0.11, 0.11\}$ 。

**步骤2** 根据式(9)对各决策专家的初始评价矩阵进行信息集结得到群体决策矩阵, 如表 2 所示。

**步骤3** 利用式(14)~式(16)分别计算属性值、方案和决策者 3 个层面的共识水平, 其中决策者层面的共识水平为  $\{0.731, 0.752, 0.744, 0.702, 0.784, 0.708, 0.683, 0.684, 0.742, 0.765\}$ 。可以看出, 决策者之间的共识水平并不高, 假设共识阈值  $\sigma$  为 0.9, 根据决策者共识水平识别出评价信息需要修改的决策者集合为所有决策专家, 根据各方案共识水平识别出需要修改的方案集合为所有方案, 根据属性共识水平识别出不需修改的属性值集合为  $\{e_2x_3c_1, e_5x_3c_1, e_9x_3c_1, e_1x_2c_2, e_5x_3c_2, e_9x_3c_2, e_9x_4c_2, e_1x_1c_3, e_2x_1c_3, e_5x_2c_3, e_6x_1c_3, e_8x_2c_3, e_{10}x_1c_3\}$ ,

表 1 决策者初始评价信息

Table 1 Decision maker's initial evaluation information

评价信息	评价指标					评价信息	评价指标				
	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$		$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$e_1x_1$	(0.8,0.2)	(0.6,0.4)	(0.6,0.2)	(0.5,0.4)	(0.7,0.1)	$e_6x_1$	(0.5,0.4)	(0.7,0.3)	(0.6,0.1)	(0.7,0.5)	(0.9,0.3)
$e_1x_2$	(0.9,0.4)	(0.5,0.5)	(0.3,0.1)	(0.6,0.5)	(0.1,0.4)	$e_6x_2$	(0.9,0.2)	(0.5,0.6)	(0.7,0.3)	(0.6,0.2)	(0.8,0.4)
$e_1x_3$	(0.4,0.7)	(0.8,0.1)	(0.6,0.3)	(0.7,0.4)	(0.3,0.6)	$e_6x_3$	(0.7,0.2)	(0.1,0.6)	(0.3,0.9)	(0.9,0.3)	(0.4,0.3)
$e_1x_4$	(0.3,0.3)	(0.7,0.5)	(0.9,0.3)	(0.4,0.6)	(0.8,0.5)	$e_6x_4$	(0.4,0.4)	(0.4,0.2)	(0.2,0.8)	(0.6,0.6)	(0.2,0.9)
$e_2x_1$	(0.7,0.7)	(0.7,0.2)	(0.6,0.1)	(0.8,0.3)	(0.6,0.6)	$e_7x_1$	(0.3,0.3)	(0.6,0.1)	(0.4,0.1)	(0.4,0.8)	(0.7,0.3)
$e_2x_2$	(0.1,0.9)	(0.4,0.4)	(0.7,0.2)	(0.5,0.2)	(0.8,0.1)	$e_7x_2$	(0.6,0.7)	(0.9,0.4)	(0.2,0.4)	(0.7,0.3)	(0.6,0.6)
$e_2x_3$	(0.5,0.4)	(0.2,0.8)	(0.6,0.2)	(0.5,0.4)	(0.7,0.5)	$e_7x_3$	(0.8,0.5)	(0.3,0.7)	(0.6,0.2)	(0.9,0.1)	(0.7,0.3)
$e_2x_4$	(0.6,0.6)	(0.8,0.3)	(0.5,0.5)	(0.1,0.8)	(0.2,0.9)	$e_7x_4$	(0.6,0.7)	(0.5,0.1)	(0.8,0.3)	(0.1,0.2)	(0.3,0.2)
$e_3x_1$	(0.3,0.6)	(0.5,0.2)	(0.7,0.6)	(0.4,0.1)	(0.2,0.3)	$e_8x_1$	(0.3,0.8)	(0.3,0.1)	(0.9,0.1)	(0.6,0.7)	(0.4,0.1)
$e_3x_2$	(0.6,0.2)	(0.2,0.1)	(0.8,0.3)	(0.6,0.3)	(0.4,0.5)	$e_8x_2$	(0.4,0.9)	(0.9,0.3)	(0.6,0.4)	(0.3,0.2)	(0.3,0.6)
$e_3x_3$	(0.7,0.6)	(0.6,0.1)	(0.1,0.3)	(0.3,0.3)	(0.5,0.8)	$e_8x_3$	(0.3,0.3)	(0.4,0.1)	(0.7,0.2)	(0.3,0.6)	(0.8,0.5)
$e_3x_4$	(0.4,0.2)	(0.6,0.5)	(0.7,0.1)	(0.3,0.5)	(0.6,0.5)	$e_8x_4$	(0.7,0.6)	(0.3,0.4)	(0.2,0.8)	(0.7,0.5)	(0.5,0.4)
$e_4x_1$	(0.9,0.2)	(0.3,0.8)	(0.6,0.4)	(0.5,0.2)	(0.8,0.1)	$e_9x_1$	(0.3,0.5)	(0.7,0.7)	(0.5,0.2)	(0.6,0.1)	(0.3,0.9)
$e_4x_2$	(0.3,0.7)	(0.6,0.2)	(0.4,0.3)	(0.5,0.5)	(0.3,0.1)	$e_9x_2$	(0.9,0.1)	(0.2,0.8)	(0.6,0.6)	(0.4,0.7)	(0.7,0.2)
$e_4x_3$	(0.2,0.6)	(0.8,0.4)	(0.7,0.2)	(0.3,0.6)	(0.4,0.5)	$e_9x_3$	(0.6,0.2)	(0.4,0.4)	(0.3,0.4)	(0.3,0.3)	(0.8,0.5)
$e_4x_4$	(0.9,0.1)	(0.7,0.5)	(0.2,0.2)	(0.1,0.4)	(0.8,0.6)	$e_9x_4$	(0.1,0.7)	(0.6,0.3)	(0.5,0.2)	(0.6,0.3)	(0.4,0.4)
$e_5x_1$	(0.3,0.7)	(0.6,0.4)	(0.5,0.3)	(0.8,0.2)	(0.7,0.1)	$e_{10}x_1$	(0.2,0.9)	(0.1,0.3)	(0.6,0.2)	(0.8,0.2)	(0.7,0.4)
$e_5x_2$	(0.6,0.2)	(0.3,0.7)	(0.6,0.4)	(0.3,0.1)	(0.8,0.4)	$e_{10}x_2$	(0.7,0.7)	(0.6,0.4)	(0.6,0.1)	(0.2,0.2)	(0.7,0.1)
$e_5x_3$	(0.5,0.3)	(0.5,0.4)	(0.7,0.5)	(0.2,0.9)	(0.7,0.4)	$e_{10}x_3$	(0.6,0.1)	(0.2,0.5)	(0.7,0.6)	(0.6,0.3)	(0.2,0.6)
$e_5x_4$	(0.6,0.6)	(0.5,0.2)	(0.8,0.1)	(0.4,0.4)	(0.3,0.5)	$e_{10}x_4$	(0.8,0.4)	(0.3,0.2)	(0.4,0.5)	(0.9,0.2)	(0.5,0.5)

表 2 信息集结后的群体决策矩阵

Table 2 Group decision matrix after information aggregation

备选方案	评价指标				
	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$x_1$	(0.465,0.528)	(0.516,0.367)	(0.598,0.236)	(0.620,0.326)	(0.611,0.337)
$x_2$	(0.616,0.469)	(0.484,0.447)	(0.573,0.308)	(0.472,0.321)	(0.574,0.321)
$x_3$	(0.540,0.374)	(0.413,0.424)	(0.505,0.417)	(0.508,0.412)	(0.531,0.499)
$x_4$	(0.531,0.443)	(0.539,0.318)	(0.492,0.390)	(0.433,0.457)	(0.450,0.572)

$e_{10}x_2c_3, e_{10}x_4c_3, e_2x_2c_4, e_2x_3c_4, e_3x_4c_4, e_5x_4c_4, e_{10}x_4c_5$ }, 即除上述所列的属性值外需对其余所有属性值进行调整。

**步骤 4** 利用式(17)对共识水平低于共识阈值的决策者的初始评价信息进行调整,取  $\gamma$  的值为 0.5,经过 14 轮信息调整后,各决策者与群体决策矩阵的共识水平为  $\{0.920, 0.918, 0.916, 0.913, 0.921, 0.919, 0.915, 0.918, 0.915, 0.915\}$ 。均达到事先设置的共识阈值,即群体决策达成共识。

**步骤 5** 利用式(7)计算信息调整后群体决策的得分矩阵,并根据式(18)对群体得分矩阵作标准化处理,得到标准化的群体得分矩阵,如表 3 所示。

**步骤 6** 利用式(19)计算各备选方案的综合得分值,得到  $V_1 = 59.32, V_2 = 69.60, V_3 = 41.56, V_4 = 42.75$ ,则备选方案的排序为  $x_2 > x_1 > x_4 > x_3$ ,即最优方案为  $x_2$ 。

表 3 罗马尼亚选择法的标准化得分矩阵

Table 3 The standardized score matrix for the Rumania selection method

备选方案	评价指标				
	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$x_1$	1.00	69.86	100.00	100.00	100.00
$x_2$	100.00	2.96	74.19	46.77	91.02
$x_3$	84.73	1.00	1.00	29.14	43.21
$x_4$	59.87	100.00	10.00	1.00	1.00

3.3 对比分析

基于社会网络环境,考虑到现实决策中决策者之间存在相互信任的情况,提出了考虑信任关系的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法。为充分说明本文方法的合理性及优越性,将本文方法与 Zhang<sup>[33]</sup>所提出的方法进行比较。用文献[33]方法解决本文所提算例,得到的结果如表 4 所示。由表 4 得备选方案的排序为  $x_2 > x_1 > x_4 > x_3$ ,最优方案是  $x_2$ ,可见文献[33]结果与本文结果一致。但文献[33]所

提出的方法没有考虑专家之间的相互信任关系,也未考虑群体决策的共识调整过程,无法确定每位决策专家对群体决策的满意程度;同时,该方法将个人决策矩阵集结成群体决策矩阵时,采用的是专家的平均权重,忽视了决策专家的差异性。而本文方法在传统的接近中心度上增加了对点度中心度的考虑,即在社会网络环境下同时考虑了决策专家的相互关联以及在社会网络中的权威程度;同时提出一种考虑决策者、方案和属性 3 个维度的共识调整过程,最大限度地降低了群体共识的信息调整成本,更加符合现实的决策情境。

如果不考虑共识水平,即不考虑本文所提出的信任反馈机制对决策专家的初始信息进行调整,得到各备选方案的综合得分值为  $V_1 = 59.58$ ,  $V_2 =$

表 4 文献对比所得结果

Table 4 Results obtained from literature comparison

备选方案	集体偏好值	得分值	排序
$x_1$	$R(0.616, 0.308)$	0.284	2
$x_2$	$R(0.657, 0.329)$	0.323	1
$x_3$	$R(0.587, 0.359)$	0.216	4
$x_4$	$R(0.600, 0.375)$	0.219	3

表 5 不同调整参数下的共识水平与迭代次数

Table 5 Consensus level and iteration times under different adjustment parameters

参数 $\gamma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
共识水平	0.902	0.905	0.908	0.912	0.917	0.923	0.917	0.943	0.968
迭代次数	14	7	4	3	2	2	1	1	1

## 4 结论

考虑到决策专家在社会中的地位 and 联系,在 Pythagorean 模糊环境下引入社会网络,提出了一种考虑信任关系的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法,并给出了详细步骤和应用实例。本文方法考虑决策专家的社会网络关系,使用 Pythagorean 模糊数保证了专家评价信息的不确定性,用点的度数中心度和接近中心度综合表示专家权重,反映了专家在社会网络中所处的信任地位,更加符合现实的决策情境。提出的信任反馈机制可以保证经过足够的迭代次数群体能够达到满意的共识水平,该反馈机制通过设置不同的调整参数,反映其对群体评价的信任程度,可以方便决策者个体自主选择调整参数,从而最大限度地保留其初始评价信息。同时识别 3 个层次的共识水平有利于针对性地对不满足共识阈值的专家进行调整,避免了共识调整过程的重复性,优化了共识达成过程。采用罗马尼亚选择法可以在进行方案评价时,选择合适的标准将不同的

73.00,  $V_3 = 46.18$ ,  $V_4 = 44.53$ , 备选方案的排序为  $x_2 > x_1 > x_3 > x_4$ , 与本文结果并不完全一致,这表明共识调整很大程度上会影响备选方案的选择顺序。

除此之外,对信息反馈机制中的调整参数  $\gamma$  进行了分析,设置不同的调整参数  $\gamma$  的值,可经过信任反馈机制计算得到决策者在不同调整参数下的平均共识水平与迭代次数,如表 5 所示。

调整参数不同反映了各决策专家对群体决策矩阵的信任程度不同。注意当调整参数取值  $\gamma = 0.7$  时,其群体共识水平低于调整参数取值  $\gamma = 0.6$  时的群体共识水平,这是因为当调整参数取值  $\gamma \geq 0.7$  时,群体共识水平经过一次迭代即达到共识阈值,而当调整参数取值  $\gamma < 0.7$  时,决策者属性值至少需经过两次迭代才能达到共识水平,相较而言有更大的调整空间,同时调整参数越大表明决策者对群体决策矩阵的信任程度更高,相应达成的群体共识水平也越高。选择不同的调整参数经过信任反馈机制均能满足共识阈值,但取值不同,群体共识水平达到共识阈值的迭代次数也不同。因此,选择不同的调整参数对群体共识达成的收敛速度有较大的影响。

因素统一起来,使方案的选择尽量规范化。

然而,本文方法适用于专家少于 20 人的小规模群体决策问题。如果是一个大规模的群体决策问题,应该考虑到社会网络中的社区因素。随着决策环境的日益复杂,大规模群体决策成为一个重要的研究课题。因此,如何解决多属性大规模群体决策问题,将是进一步的研究方向。

## 参 考 文 献

- [1] 关贤军,周晗,周礼刚,等. 一种基于 Shapley 值的 Pythagorean 模糊多属性群决策方法及其应用[J]. 运筹与管理, 2021, 30(4): 81-86.  
Guan Xianjun, Zhou Han, Zhou Ligang, et al. A Pythagorean fuzzy multiple attribute group decision-making method based on Shapley value and its application[J]. Operations Research and Management Science, 2021, 30(4): 81-86.
- [2] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information & Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [3] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

- [4] 俱鑫, 刘尚科, 肖艳利, 等. 基于三角直觉模糊的交互式偏好顺序决策模型[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(34): 14570-14575.  
Ju Xin, Liu Shangke, Xiao Yanli, et al. Interactive preference ranking decision model based on triangular intuitionistic fuzzy numbers[J]. Science Technology and Engineering, 2021, 21(34): 14570-14575.
- [5] 王志平, 张梦, 傅敏, 等. 概率犹豫模糊环境下基于累积前景理论和 VIKOR 的多属性群决策方法[J]. 科学技术与工程, 2023, 23(25): 10649-10657.  
Wang Zhiping, Zhang Meng, Fu Min, et al. Multi-attribute group decision making model based on cumulative prospect theory and VIKOR in probabilistic fuzzy environment[J]. Science Technology and Engineering, 2023, 23(25): 10649-10657.
- [6] Yager R R. Pythagorean membership grades in multi-criteria decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2014, 22(4): 958-965.
- [7] 丁恒, 李延来. 基于毕达哥拉斯模糊幂加权平均算子的多属性群决策方法[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(5): 1-6.  
Ding Heng, Li Yanlai. Multiple attribute group decision making method based on Pythagorean fuzzy power weighted average operator[J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(5): 1-6.
- [8] 杨扬, 彭定洪. 改进加权支持度的 Pythagorean 模糊交叉幂均群决策方法[J]. 计算机应用研究, 2020, 37(4): 1043-1048.  
Yang Yang, Peng Dinghong. Pythagorean fuzzy interaction average operator group decision making method with improved weighted support[J]. Application Research of Computers, 2020, 37(4): 1043-1048.
- [9] 施明华, 肖庆宪. 毕达哥拉斯群决策方法及其在绿色供应商选取中的应用[J]. 运筹与管理, 2019, 28(9): 47-56.  
Shi Minghua, Xiao Qingxian. Pythagorean group decision making method and its application in green supplier selection[J]. Operations Research and Management Science, 2019, 28(9): 47-56.
- [10] 李进军, 李婷婷, 包玉娥, 等. 区间毕达哥拉斯模糊幂几何-几何 Heronian 平均算子及其在多属性群决策中的应用[J]. 运筹与管理, 2021, 30(12): 78-83.  
Li Jinjun, Li Tingting, Bao Yue, et al. Interval-valued Pythagorean fuzzy power geometric-geometric Heronian mean operators and their application in multiple attribute group decision making[J]. Operations Research and Management Science, 2021, 30(12): 78-83.
- [11] 黄俊杰, 陈刚. 基于云模型的 Pythagorean 模糊语言多属性决策方法[J]. 计算机应用研究, 2023, 40(7): 2096-2100, 2105.  
Huang Junjie, Chen Gang. Multi attribute decision making method based on cloud model with Pythagorean fuzzy linguistic numbers[J]. Application Research of Computers, 2023, 40(7): 2096-2100, 2105.
- [12] Akram M, Dudek W A, Ilyas F. Group decision-making based on Pythagorean fuzzy TOPSIS method[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2019, 34(7): 1455-1475.
- [13] Shakeel M, Abdullah S, Shahzad M, et al. Pythagorean trapezoidal fuzzy geometric aggregation operators based on Einstein operations and their application in group decision making[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2019, 36(1): 309-324.
- [14] 郝涪涪, 程栋, 顾月琴, 等. 考虑多属性决策者非合作行为的共识模型构建[J]. 统计与决策, 2021, 37(8): 162-167.  
Hao Tiantian, Chen Dong, Gu Yueqin, et al. Construction of consensus model considering non-cooperative behavior of multi-attribute decision-makers[J]. Statistics & Decision, 2021, 37(8): 162-167.
- [15] 顾月琴, 郝涪涪, 程发新. 基于双反馈机制的社会网络群决策共识模型研究[J]. 模糊系统与数学, 2022, 36(2): 60-71.  
Gu Yueqin, Hao Tiantian, Cheng Faxin. Research on social network group decision making consensus model based on two-fold feedback mechanism[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2022, 36(2): 60-71.
- [16] Wang M, Liang D, Xu Z, et al. Consensus reaching with the externality effect of social network for three-way group decisions[J]. Annals of Operations Research, 2021, 315(2): 707-745.
- [17] Chu J, Wang Y, Liu X, et al. Social network community analysis based large-scale group decision making approach with incomplete fuzzy preference relations[J]. Information Fusion, 2020, 60: 98-120.
- [18] 李胜利, 魏翠萍, 宋燕红. 基于信任关系和互补判断矩阵的群决策方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(5): 1240-1246.  
Li Shengli, Wei Cuiping, Song Yanhong. Group decision making method for fuzzy complementary judgement matrices based on trust relationships[J]. Control and Decision, 2020, 35(5): 1240-1246.
- [19] Li S, Wei C. A two-stage dynamic influence model-achieving decision-making consensus within large scale groups operating with incomplete information[J]. Knowledge-Based Systems, 2020, 189. DOI: 10.1016/j.knsys.2019.105132.
- [20] Wang Y, Chu J, Liu Y. Multi-criteria Pythagorean fuzzy group decision approach based on social network analysis[J]. Symmetry, 2020, 12(2). DOI: 10.3390/sym12020255.
- [21] Liu Y, Diao W, Yang J, et al. A visual social network group consensus approach with minimum adjustment based on Pythagorean fuzzy set[J]. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 2021, 18(6): 167-183.
- [22] 宁宝权, 陕振沛. 动态 Pythagorean 模糊多属性决策的 Topsis 方法[J]. 模糊系统与数学, 2021, 35(5): 142-151.  
Ning Baoquan, Shan Zhenpei. Topsis method for dynamic Pythagorean fuzzy multi-attribute decision making[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2021, 35(5): 142-151.
- [23] Zhang X, Xu Z. Extension of TOPSIS to multiple criteria decision making with Pythagorean fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2014, 29(12): 1061-1078.
- [24] 贺政纲, 郭静妮, 徐君翔. 基于 WBS-RBS 和 PFWA 算子的多式联运网络安全风险评估[J]. 安全与环境学报, 2020, 20(2): 441-446.  
He Zhenggang, Guo Jingni, Xu Junxiang. On the safety risk assessment of the multimodal transportation network based on the WBS-RBS and PFWA operator[J]. Journal of Safety and Environment, 2020, 20(2): 441-446.
- [25] 张发明, 朱姝琪. 社会网络环境下基于群体一致性的概率语言多属性大群体决策方法[J]. 系统管理学报, 2022, 31(4): 679-688.  
Zhang Faming, Zhu Shuqi. Probabilistic language multi-attribute large group decision-making method based on group consistency in social network analysis[J]. Journal of Systems & Management,



- 2022, 31(4): 679-688.
- [26] Chu J, Liu X, Wang Y. Social network analysis based approach to group decision making problem with fuzzy preference relations[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2016, 31(3): 1271-1285.
- [27] Wu T, Liu X, Liu F. An interval type-2 fuzzy TOPSIS model for large scale group decision making problems with social network information[J]. Information Sciences, 2018, 432: 392-410.
- [28] 徐选华, 张前辉. 社会网络环境下基于共识的风险性大群体应急决策非合作行为管理研究[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2497-2506.
- Xu Xuanhua, Zhang Qianhui. Management of non-cooperative behavior in consensus-based large group emergency decision-making in social network environment[J]. Control and Decision, 2020, 35(10): 2497-2506.
- [29] 徐选华, 余紫昕. 社会网络环境下基于公众行为大数据属性挖掘的大群体应急决策方法及应用[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 175-184.
- Xu Xuanhua, Yu Zixin. A large group emergency decision making method and application based on attribute mining of public behaviour big data in social network environment[J]. Control and Decision, 2022, 37(1): 175-184.
- [30] 王艳玲, 韩梅. 改进的罗马尼亚选择法在铁路超限货车挂运方案中的应用[J]. 铁道学报, 2007(1): 26-30.
- Wang Yanling, Han Mei. Applying the ameliorated Rumania selection method to the picking up and transport program of out-of-gauge goods wagons[J]. Journal of the China Railway Society, 2007(1): 26-30.
- [31] 杨扬, 彭定洪. 改进加权支持度的 Pythagorean 模糊交叉幂均群决策方法[J]. 计算机应用研究, 2020, 37(4): 1043-1048.
- Yang Yang, Peng Dinghong. Pythagorean fuzzy interaction average operator group decision making method with improved weighted support[J]. Application Research of Computers, 2020, 37(4): 1043-1048.
- [32] 王磊. 新能源产业发展能力评价研究——以天津市为例[J]. 生态经济, 2013(5): 105-108.
- Wang Lei. Study onevaluation of new energy industry development capacity in Tianjin [J]. Ecological Economy, 2013(5): 105-108.
- [33] Zhang X. A novel approach based on similarity measure for Pythagorean fuzzy multiple criteria group decision making[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2016, 31(6): 593-611.