



DOI:10.12404/j.issn.1671-1815.2303126

引用格式:魏占玺,董建辉,谢飞鸿,等.基于时间函数的高寒矿区地表动态下沉规律研究[J].科学技术与工程,2024,24(16):6667-6673.

Wei Zhanxi, Dong Jianhui, Xie Feihong, et al. Dynamic subsidence law of surface in alpine mining area based on time function[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(16): 6667-6673.

矿冶工程

基于时间函数的高寒矿区地表动态下沉规律研究

魏占玺¹,董建辉^{2,3*},谢飞鸿³,马文礼^{1,4,5},袁材栋^{1,4,5},曹生鸿^{1,4,5},冯霖⁶

(1. 青海省环境地质勘查局, 西宁 810007; 2. 长沙理工大学道路灾变防治及交通安全教育部工程研究中心, 长沙 410114;
3. 成都大学建筑与土木工程学院, 成都 610106; 4. 青海九零六工程勘察设计院, 西宁 810007; 5. 青海省地质环境保护与
灾害防治工程技术研究中心, 西宁 810007; 6. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 成都 610059)

摘 要 高寒地区因为其冻土的特殊性质导致其经历开采后随着季节变化易导致上覆岩层破坏,因此,为准确预测高寒地区矿区内上覆岩层的动态沉降的发展趋势,选取高寒矿区地表富水区作为研究对象,基于 Weibull 时间函数与分段函数的思路,结合矿区地表干涉合成孔径雷达(interferometric synthetic aperture radar, InSAR)监测数据建立高寒矿区地表动态沉降模型,讨论该函数模型的适用性。结果表明:高寒矿区冻胀地表沉降的 3 个阶段沉降量与时间的关系曲线与 Weibull 时间函数模型对应曲线相符。对 Weibull 时间函数的双参数取值进行探讨并优化,最终确定当初始、加速阶段的沉降运动参数 λ 取值 2.5,沉降时间参数 η 取值 0.068,稳定阶段 λ 取值 2.3, η 取值 0.048 时误差处于限差范围内,能较为准确地模拟预测地表的动态沉降过程。研究成果可为高寒矿区的防灾减灾及治理工程提供参考。

关键词 煤矿开采;高寒矿区沉降;干涉合成孔径雷达(InSAR)监测;Weibull 时间函数;预测模型

中图法分类号 TD325;

文献标志码 A

Dynamic Subsidence Law of Surface in Alpine Mining Area Based on Time Function

WEI Zhan-xi¹, DONG Jian-hui^{2,3*}, XIE Fei-hong³, MA Wen-li^{1,4,5},
YUAN Cai-dong^{1,4,5}, CAO Sheng-hong^{1,4,5}, FENG Lin⁶

(1. Qinghai Bureau of Environmental Geological Exploration, Xining 810007, China; 2. Engineering Research Center of Catastrophic Prophylaxis and Treatment of Road & Traffic Safety of Ministry of Education, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China; 3. School of Architecture and Civil Engineering, Chengdu University, Chengdu 610106, China; 4. Qinghai 906 Project Survey and Design Institute, Xining 810007, China;
5. Qinghai Geological Environmental Protection and Disaster Prevention Engineering Technology Research Center, Xining 810007, China;
6. State Key Laboratory of Geological Disaster Prevention and Geological Environment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

[Abstract] In high-cold regions, the susceptibility of frozen soil to damage in the overlying rock layer resulting from mining, a phenomenon influenced by seasonal variations was investigated. Focusing on surface water-enriched areas in high-cold mining zones as the subject of research, a dynamic subsidence model was formulated leveraging Weibull time function and segmented function approach in tandem with interferometric synthetic aperture radar(InSAR) monitoring data. The applicability of this function model was analyzed. The results show that the curve representing the three temporal stages of subsidence in high-cold mining areas corresponds to Weibull time function model's curve. Further optimization and discussion of Weibull time function's two parameters were undertaken. It is determined that maintaining settlement motion parameter λ values at 2.5 and settlement time parameter η values at 0.068 during initial and acceleration stages, along with λ at 2.3 and η at 0.048 during the stable phase, achieves an error margin within the acceptable range,

收稿日期:2023-04-28 修订日期:2024-02-29

基金项目:国家自然科学基金(4187273);青海省“昆仑英才”领军人才计划

第一作者:魏占玺(1977—),男,汉族,青海平安人,正高级工程师。研究方向:地质灾害防治。E-mail:911107214@qq.com。

*通信作者:董建辉(1984—),男,汉族,江西乐平人,博士,教授。研究方向:斜坡动力响应机理、岩土体稳定性评价及监测预警。E-mail: dongjianhui@cdut.edu.cn。

thus enabling accurate simulation and prediction of the dynamic subsidence process. The research results can provide a reference for disaster prevention, mitigation, and management initiatives in high-cold mining areas.

[Keywords] coal mining; subsidence in high-cold mining areas; interferometric synthetic aperture radar (InSAR) monitoring; Weibull time function; prediction model

地表沉降因其下沉过程缓慢,形成机理较复杂等特点,短时间内并不会引起人们的注意,但随着时间变化下沉到一定的深度时,就极易对周围居民的生命和财产安全造成不良的影响。因此,能否准确监测地下开采后地表沉陷过程沉降规律,预测未来的最终沉降量,是中外学者钻研的重大课题。

在地表沉降监测领域,由于干涉合成孔径雷达(interferometric synthetic aperture radar, InSAR)技术特有的优越性,得到了越来越多的关注和应用。Pius等^[1]将 InSAR 技术应用到地表沉降监测中,并将得到的沉降趋势与实际测量结果进行对比,结果表明: InSAR 技术对于城市地表沉降监测有良好的适配性。周洪月等^[2]利用 InSAR 与常规地面沉降观测技术,探究了近几年当地地面沉降规律,并经过综合验证分析为相关单位防沉工作提供了数据支撑。朱子林等^[3]采用差分干涉测量短基线集时序分析技术(small baseline subset InSAR, SBAS-InSAR)方法对天津地区进行地表沉降监测,获取该地区的年平均沉降速率和累积沉降,并与水准数据进行比对,其精度达到 2.96 mm,验证了该方法的可靠性。兰进京^[4]以典型矿业城市为例,采用 SBAS-InSAR 方法,结合实测资料构建地表形变 SAR 数据集并分析了地表沉降的成因。文献[5-9]利用 InSAR 对煤层采动地区的地面沉降规律进行了研究,为地质灾害防治提供了理论依据。但前人只对已发生的沉降过程进行讨论,并未探讨沉降趋势对建筑与居民的影响。

通过总结监测得来的地表沉降量变化,结合时间函数建立动态预测模型,可推算出地表的动态沉陷曲线从而判断其是否对周围居民及建筑物造成威胁。石晓宇等^[10]将 D-InSAR(differential InSAR)

技术和 Knothe 时间函数等预计方法相结合预测矿区地表的沉降量,对照工作面实测数据验证了该方法的实用性。张力杰等^[11]基于 Knothe 时间函数建立山区开采地表沉陷动态越策模型,并结合山西某矿的实测地表沉降数据验证了该模型的实用性与可靠性。贺福帅^[12]利用正态时间函数与 MATLAB 语言设计地表沉降动态预测算法,精确预测了矿区地表动态移动变形量。此外,还有学者将 Weibull 时间序列函数^[13-17]、Logistic 时间函数^[18]、Bertalanffy 时间函数^[19]等运用到实际工程中,得到了较准确的结果,但对于特殊地质条件,如高寒地区的含水易膨胀的地表状况的预测精度有待验证。

鉴于此,基于 SBAS-InSAR 得到的高寒矿区采动后的地表动态下沉规律的基础上,结合改进、参数优化后的时间函数证明其预测的准确性,并对地表的最终沉降量进行预测。为后续高寒矿区的防灾减灾及治理工程提供重要指导意见。

1 研究区域概况

研究区域大煤洞煤矿井田位于青海省西宁市大通回族土族自治县中部。采空区厚度由南向北方向增大,但增大部分的成分主要有砂泥岩与废石,其力学强度低、易风化。因此,随着时间的推移,采空区逐渐导致地表移动,引起地面沉陷或塌陷、地裂缝和建筑变形,同时引起边坡失稳,出现滑坡、不稳定斜坡和错落。大煤洞采动工作面形状近似长方形,走向长约 1 600 m,采宽约 650 m,采动深度为 142 m。长轴方向为 46°。在该工作面布置一条监测线 L,监测线上设置有 10 个监测点,具体监测布置图,如图 1 所示。

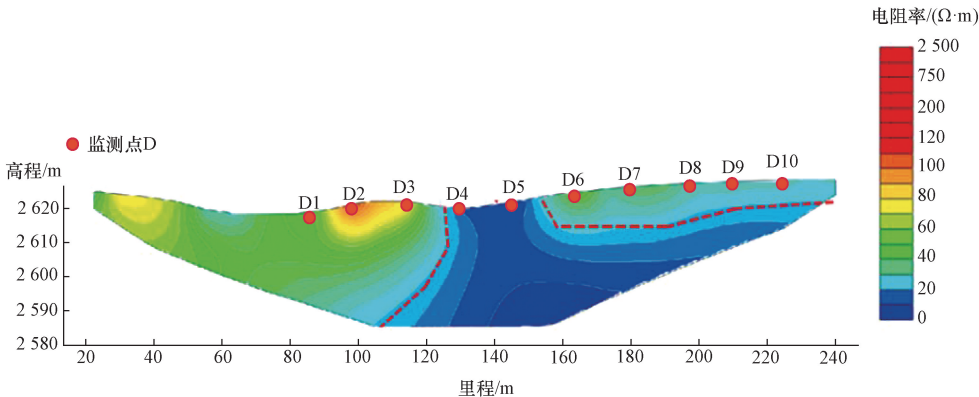


图 1 物探剖面图
Fig. 2 Geophysical profile

经过物探结果得知,监测线 L 经过一处富水区域,故在该线上选取不含水监测点 D3、D6,含水监测点 D4、D5 共 4 个地表变形量较大的点作为研究对象来探讨起动态沉降规律。

2 InSAR 监测地表变形规律分析

利用哨兵一号卫星技术获取 2018—2021 年研究区域的整体形变数据,使用 SBAS-InSAR 技术,将各点 4 年间沉降变化量以点排列形式进行表达,分析其变形规律。将哨兵一号卫星获取的 2018—2021 年的累积沉降变化量绘制成图 2,沉降过程中沉降速度的变化绘制成图 3。

由图 2 监测点累计沉降量变化情况得知将高寒矿区采动后的地表沉陷过程随时间分为 3 个阶段,

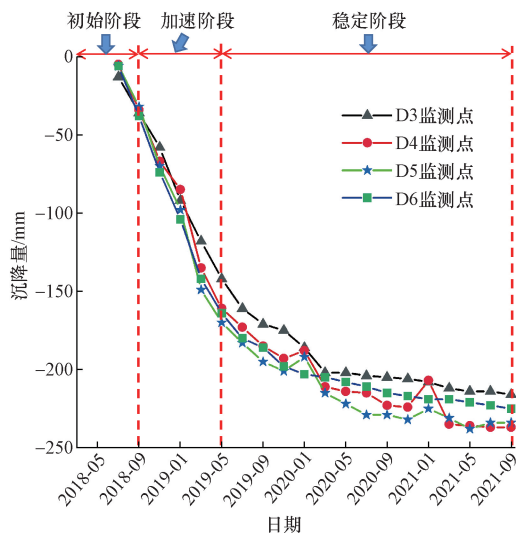


图 2 监测点累计沉降量变化

Fig. 2 Change of cumulative settlement of monitoring points

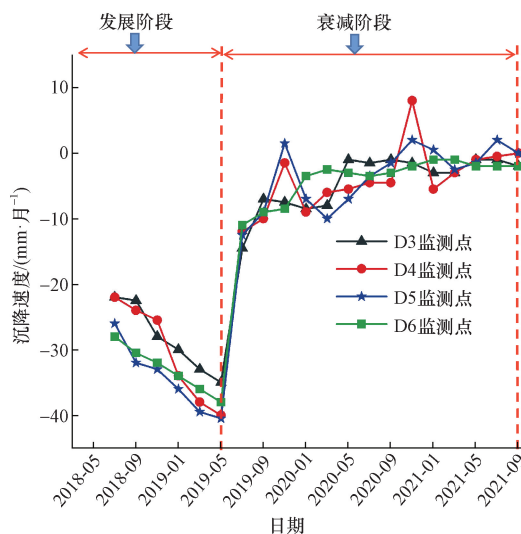


图 3 监测点沉降速度变化

Fig. 3 Monitoring points sedimentation velocity changes

即地表下沉的初始阶段、加速阶段和稳定阶段。在下沉的初始阶段,地表累积沉降量在缓慢增加;该阶段主要体现在 2018 年 5—9 月;在加速阶段,地表监测点飞速下降,该阶段主要体现在 2018 年 9 月—2019 年 5 月;在稳定阶段,下沉量仍然增加,但增长缓慢,最终逐渐趋于稳定,该阶段主要体现在 2019 年 5 月—2021 年 9 月。

由监测点下沉速度的变化(图 3)可知,将地表动态下沉分为下沉发展期和下沉衰减期。在下沉的发展阶段,地表沉降速度不断增加直至最大值,该阶段主要体现在 2018 年 5 月—2019 年 5 月,对应图 3 中的初始阶段与加速阶段。在下沉的衰减阶段,地表沉降速度从最大值逐渐变小,直至逐渐趋于 0,该阶段主要体现在 2019 年 5 月—2021 年 9 月,对应图 3 中的稳定阶段。

3 Weibull 时间函数适用性分析

3.1 时间函数的适用性

分析可知,用来预测地表沉降的时间函数需要满足所求出的下沉速度、下沉加速度符合实测地表移动的物理过程。由于高寒地区冻胀性质地表特有的压密和膨胀特质,即高原冻土的冰融化后体积缩小,土体因自重而下沉,同时冰变成水后通过空隙排除导致土体压密进一步下沉的融沉现象以及冬季冻土中的水结冰后的体积增大导致土体膨胀的冻胀现象,故选取的目标函数需要两个岩性时间参数才能满足以上条件,而 Weibull 双参数时间函数曲线形态与矿区地表沉降过程相似,故对 Weibull 时间函数表达式进行改良与分析,从而探讨其在高寒矿区地表沉降的动态过程。

采用 Weibull 时间函数,该函数的数学表达式为

$$w(t) = w_m(1 - e^{-\eta t^\lambda}) \quad (1)$$

式(1)中: w_m 为监测点的最大沉降量,mm; t 为监测点的下沉日期; λ 、 η 为岩性时间参数,其中, η 决定高寒矿区地表观测点沉降过程的时间长短, λ 决定高寒矿区地表观测点在沉降过程中时间轴上的运动路径,可由下沉速度和加速度的变化规律体现。

为进一步研究 Weibull 时间序列函数模型,对式(1)进行一阶导数的运算,可得矿区地表监测点下沉速度函数 $v(t)$ 和加速度函数 $a(t)$ 的表达式分别为

$$v(t) = w_m \eta \lambda t^{\lambda-1} e^{-\eta t^\lambda} \quad (2)$$

$$a(t) = \eta \lambda e^{-\eta t^\lambda} [(\lambda - 1)t^{\lambda-2} - \eta \lambda t^{2(\lambda-1)}] \quad (3)$$

分析式(2)可知,当 $t \in [0, +\infty]$ 时,该函数模型的下沉速度变化情况可表示为

$$\begin{cases} v(t) = 0, & t = 0 \\ v(t) > 0, & t \in (0, +\infty) \\ v(t) = 0, & t = \infty \end{cases} \quad (4)$$

分析式(3)可知,当 $t \in [0, +\infty]$ 时,该函数模型的下沉加速度变化情况可表示为

$$\begin{cases} a(t) > 0, & t \in (0, t_0) \\ a(t) = 0, & t = t_0 \\ a(t) < 0, & t \in (t_0, +\infty) \end{cases} \quad (5)$$

由式(4)、式(5)可知,当 $t = t_0$ 时,下沉加速度 $a(t) = 0$,即下沉速度 $v(t)$ 达到最大值 v_m ,可表示为

$$v_m = w_m (\lambda - 1)^{\frac{1-\lambda}{\lambda}} (\eta \lambda)^{\frac{1}{\lambda}} e^{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \quad (6)$$

进一步的,将式(6)代入式(1)中可得监测点下沉速度最大时的最大沉降量为

$$w(t) = w_m \left(1 - e^{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \right) \quad (7)$$

同时,可得该时刻对应下沉量、下沉速度,如表1所示。对应的 Weibull 时间函数沉降量、沉降速度曲线,如图4、图5所示。

由图4可知,Weibull 时间函数沉降曲线大致分为初始、加速、稳定3个阶段。图5中沉降速度曲线分为发展与衰减两个阶段,该变化过程符合开采沉陷区观测点的实际下沉规律。结果表明:Weibull 时间函数不仅能反映地表点移动变形关于时间序列的

表1 沉降量、速度及加速度变化规律					
Table 1 Variation of settlement, velocity and acceleration					
t	0	$(0, t_0)$	t_0	$(t_0, +\infty)$	$+\infty$
$w(t)$	0	增大	$w_m \left(1 - e^{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \right)$	增大	最大
$v(t)$	0	加速	$w_m (\lambda - 1)^{\frac{1-\lambda}{\lambda}} (\eta \lambda)^{\frac{1}{\lambda}} e^{\frac{1-\lambda}{\lambda}}$	减速	0
$a(t)$	0	> 0	0	< 0	0

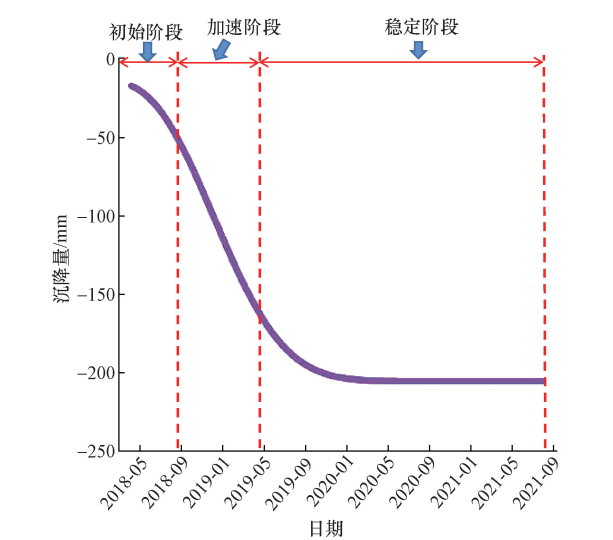


图4 Weibull 时间函数沉降曲线
Fig. 4 Weibull time function settlement curve

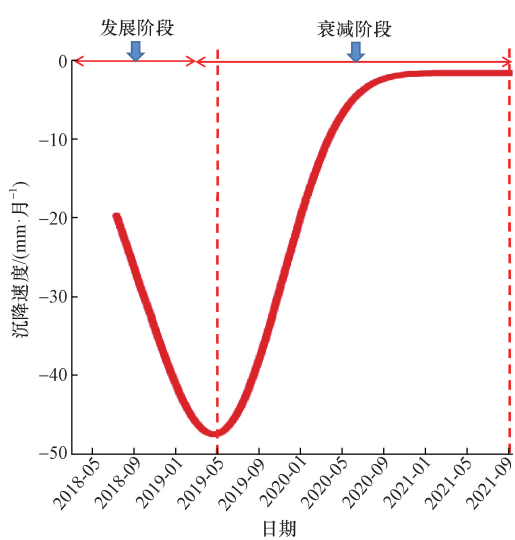


图5 Weibull 时间函数沉降速度曲线
Fig. 5 Weibull time function settling velocity curve

函数关系,又能通过单点预测将地表点的相对位置与移动变形的程度相关联,证明 Weibull 时间函数能够用于拟合或预测沉陷区上部地表点随时间变化的沉降数据。

3.2 不含水监测点沉降函数模型参数的选取

Weibull 时间函数的两个模型参数 η 、 λ 为岩性时间参数,为了进一步研究参数 η 、 λ 的特征及意义。对于地表含水的监测点 D3、D6,以 D3 监测点所得数据为例,在其他条件不变时,采用最小二乘法分别绘制当参数 η 、 λ 取不同值的下沉曲线,以直观地分析单一参数的变化对曲线形态的影响。

首先,由式(3)可知, λ 应大于2,否则无法满足加速度为正值的最大时刻条件。本次试验先根据李德海提供的地表移动过程时间影响参数计算方式初步确定 λ 取值范围为 $\lambda \in [2.0, 4.0]$,故绘制 $\eta = 0.07$ 时 λ 取各值时的沉降量曲线,将各拟合曲线的预测值与实测值的协方差 R^2 作为相关性判定标准,进一步确定 λ 取值区间,当协方差值愈趋近于1时,说明相关性愈高,函数的拟合程度就越高。沉降量曲线与参数 λ 的关系图,如图6所示。

由图6可知,随着 λ 的不断增大高寒区地表下沉达到稳定状态时间会不断提前且相关性先增大后减小,结合表2各曲线的相关性可知,当 $\lambda \in [2.0, 2.5]$ 时,相关性呈增大趋势, $\lambda \in [2.5, 4.0]$ 时,相关性呈降低趋势。故初步判定当 $\lambda = 2.5$ 时,相关性满足要求。

根据 $\lambda = 2.5$ 时, η 取各值时的沉降量曲线进一步确定 η 取值区间,沉降量曲线与参数 η 的关系图如图7所示。可以看出,随着 η 的不断增大高寒区

地表下沉达到最大沉降量的时间会不断提前且相关性先增大后减小。

结合表3各曲线的相关性可知,当 $\eta \in [0.02, 0.08]$ 时,相关性呈增大趋势, $\eta \in [0.08, 0.1]$ 时,相关性呈降低趋势。故初步判定当 $\eta = 0.06$ 时,相关性满足要求。

结合表2和表3的数据,通过最小二乘法在 $\eta \in [0.04, 0.08]$, $\lambda \in [2.0, 3.0]$ 的区间内计算出

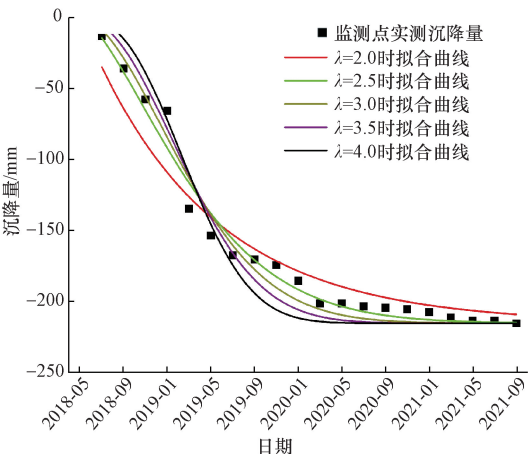


图6 沉降量曲线与参数λ的关系图

Fig.6 Relationship between settlement curve and parameter λ

表2 η=0.07时λ取各值时的相关性
Table 2 The correlation of λ when η = 0.07

λ 取值	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
R ²	0.95	0.99	0.98	0.96	0.95

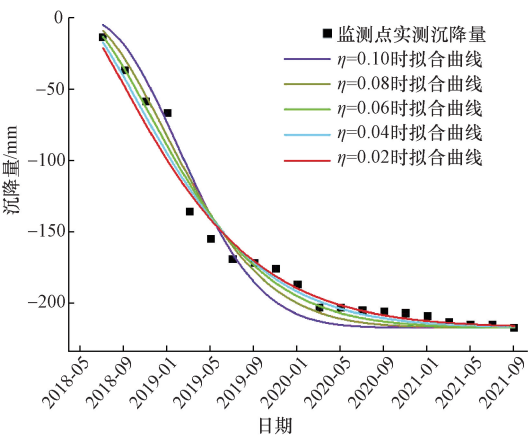


图7 沉降量曲线与参数η的关系图

Fig.7 Relationship between settlement curve and parameter η

表3 λ=2.5时η取各值时的相关性
Table 3 Correlation of η when λ = 2.5

η 取值	0.1	0.08	0.06	0.04	0.02
R ²	0.95	0.99	0.98	0.97	0.97

当参数为 $\eta = 0.068, \lambda = 2.5$ 时相关性最大,函数表达式为

$$w(t) = w_m(1 - e^{-0.068t^{2.5}}) \tag{8}$$

此时 Weibull 时间函数[式(8)]能准确表达高寒矿区地表沉降规律。

3.3 含水监测点沉降函数模型参数的选取

对于地表含水的监测点 D4、D5,结合图2可知,在初始阶段及加速阶段由于沉降程度远大于冻胀产生的回升程度,与不含水监测点沉降函数模型采用相同的模型参数时相关性也能保持在适用范围内。但在2020年1月和2021年1月(稳定阶段的冬季)时,地表出现明显的冻胀回升现象,此时不含水监测点沉降函数模型就不再适用,故需要采取分段函数的方式,选取两组参数建立模型,以此来提高拟合结果的准确度。

结合图2、图3可以看出,地表监测点的下沉速度达到最大的时刻与加速阶段、稳定阶段交界点为同一时刻,设该时刻为 ε 。为了使 Weibull 时间函数曲线的后半段与理想时间函数曲线形态相一致,利用分段函数思想,以时刻 ε 为分界点,将 Weibull 时间函数表述的移动变形过程分为两个在时序上和数值上均相等的阶段,建立适合这两个阶段的函数模型,并采用3.2节的参数确定方法确定后半段函数的模型参数。经分析可得当 $0 \leq t \leq \varepsilon$ 时,含水的监测点处的沉降函数表达式为式(8);当 $\varepsilon < t \leq T$ 时,模型的参数 $\eta = 0.048, \lambda = 2.3$ 时函数后半段相关性在适用范围内,其中 T 为最终沉降时刻。最终确定的含水监测点沉降函数模型的表达式为

$$w(t) = \begin{cases} w_m(1 - e^{-0.068t^{2.5}}), & 0 \leq t \leq \varepsilon \\ w_m(1 - e^{-0.048t^{2.3}}), & \varepsilon < t \leq T \end{cases} \tag{9}$$

3.4 WeiBull 时间函数在高寒矿区地表沉降分析的应用

确认 Weibull 时间函数的参数取值后,基于改良后的 Weibull 时间函数,结合表1中D3~D6监测点2018—2021年累积沉降量得出大煤洞累积沉降量曲线,如图8所示。

图8(a)、图8(d)为不含水监测点D3、D6的沉降曲线对比图。由以上两图可知D3、D6监测点由于处于不含水地表,并无明显的冻融现象,利用式(8)绘制出的预测沉降曲线与InSAR监测得到的实测沉降曲线基本一致,预测值与实测值的拟合度分别为0.993与0.995,吻合程度较高。该结果表明 Weibull 时间函数模型能较准确地描述地表监测点下沉量随时间的变化关系。

图8(b)、图8(c)为含水监测点D4、D5的沉降曲线对比图。可以看出,D4、D5监测点由于处于富

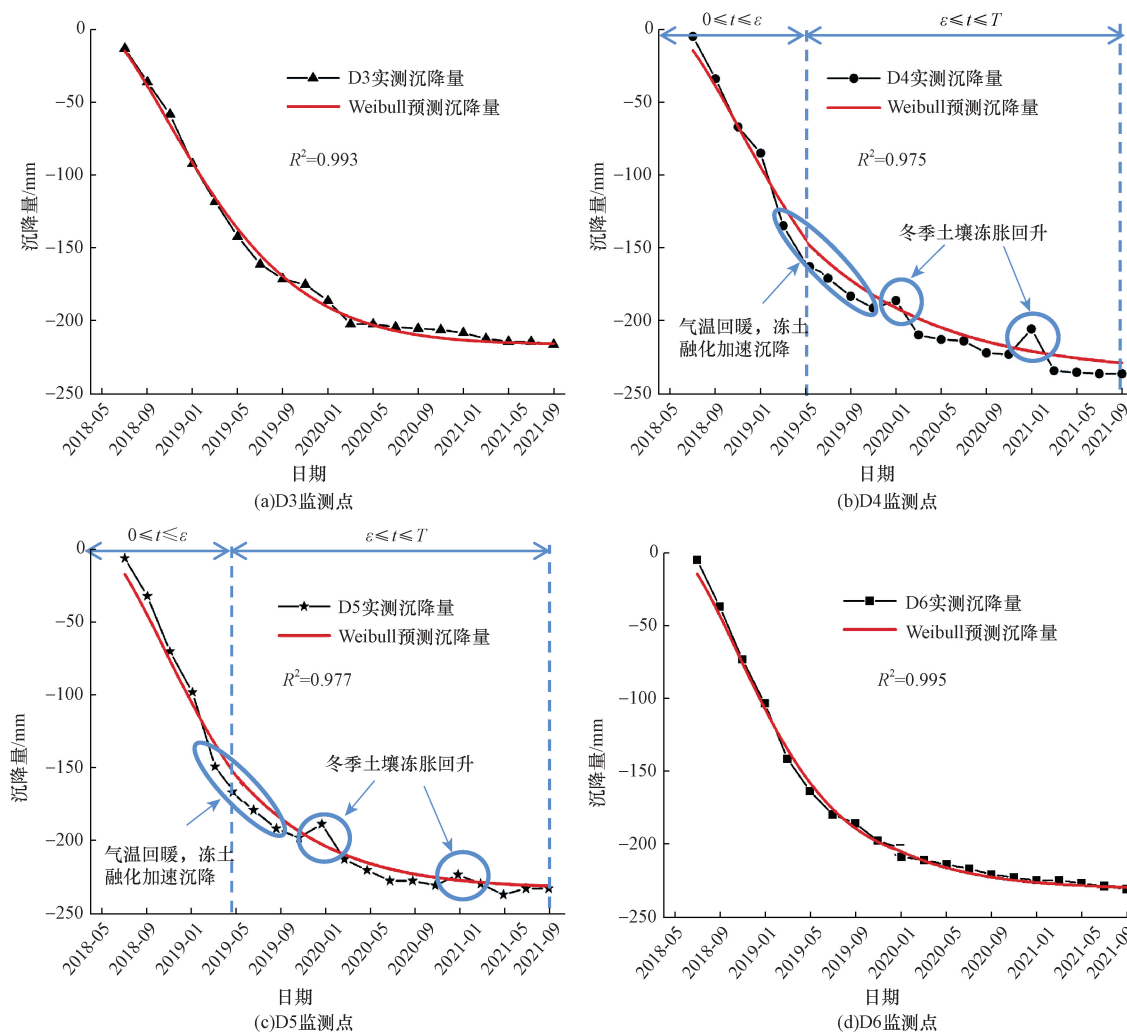


图8 大煤洞累积沉降量曲线图

Fig. 8 The cumulative settlement curve of large coal cave

水区,有较为明显的冻融现象。在2018年11月—2019年3月,高寒矿区地表土壤发生季节性冻胀抬升,但由于此时地表处于沉降加速阶段,故整体呈沉降状态;在2019年5月时由于气温回暖导致冻土融化加速沉降,在2020年1月与2021年1月时,富水区土壤发生季节性冻胀导致地表发生一定抬升。利用式(9)绘制出的预测沉降曲线与InSAR监测得到的实测沉降曲线,虽然一些特殊时间点的沉降值与预测值有些许出入,但整体沉降过程与实际相符,并且预测值与实测值的拟合度分别为0.975与0.977,拟合程度处于适用范围内。结果表明:改进的分段Weibull时间函数模型能较准确地描述地表监测点下沉量随时间的变化关系。

4 结论

(1)结合高寒矿区冻胀土的地质特征与实测地表沉降的3个阶段即初始阶段、加速阶段和稳定阶段这一规律,提出一种双参数的Weibull时间函数模型,

该模型对应的沉降量-时间关系,沉降速度-时间关系较为符合高寒矿区地表采动后地表的实际沉降情况。

(2)对于不含水的地表,基于Weibull时间函数模型,对函数中的时间参数 λ, η 取值进行确定,从而对实测的沉降数据进行拟合。最终确定当 $\lambda = 2.5, \eta = 0.068$ 时,函数相关性为99%以上,证明该函数对实际沉降情况的拟合效果较好。

(3)对于富水区的地表,基于Weibull时间函数模型,采用分段函数的思路以下沉速度达到最大的时刻 ε 为分界点,对前后两段函数分别选取两组时间参数 λ, η ,从而对实测的沉降数据进行拟合。最终确定当 $0 \leq t \leq \varepsilon$ 时 $\lambda = 2.5, \eta = 0.068$,当 $\varepsilon < t \leq T$ 时 $\lambda = 2.3, \eta = 0.048$,函数相关性为97%以上,处于适用范围内。证明改进的分段Weibull时间函数模型能较准确地描述地表监测点下沉量随时间的变化关系。

(4)结合拟合成功的Weibull时间函数模型,得出了高寒矿区未来的沉降趋势。该方法对于后续高寒矿区的防灾减灾及治理工程能起到重要指导作用。

参 考 文 献

- [1] Pius K, Samson O, Waithaka H, et al. Detection, characterization, and analysis of land subsidence in Nairobi using InSAR[J]. *Natural Hazards*, 2022, 113: 213-236.
- [2] 周洪月, 周大山, 易长荣, 等. 基于 RadarSat-2 的天津市地面沉降监测与精度验证[J]. *测绘通报*, 2022(S2): 135-139.
Zhou Hongyue, Zhou Dashan, Yi Changrong, et al. Ground subsidence monitoring and accuracy verification in Tianjin based on RadarSat-2[J]. *Mapping Bulletin*, 2022(S2): 135-139.
- [3] 朱子林, 任超, 周吕, 等. 基于小基线集干涉测量的天津地区地表沉降时空分析[J]. *科学技术与工程*, 2020, 20(18): 7152-7158.
Zhu Zilin, Ren Chao, Zhou Lü, et al. Spatio-temporal analysis of surface subsidence in Tianjin based on small baseline interferometry[J]. *Science Technology and Engineering*, 2020, 20(18): 7152-7158.
- [4] 兰进京. 地表形变遥感监测及沉降特征分析[J]. *测绘通报*, 2022(6): 98-103.
Lan Jinjing. Remote sensing monitoring of surface deformation and analysis of subsidence characteristics[J]. *Notice of Surveying and Mapping*, 2022(6): 98-103.
- [5] 马飞, 张焱杰. 基于雷达遥感卫星数据的矿区形变三维测量研究[J]. *长治学院学报*, 2022, 39(5): 15-20.
Ma Fei, Zhang Yaojie. Three-dimensional deformation measurement of mining area based on radar remote sensing satellite data[J]. *Journal of Changzhi University*, 2022, 39(5): 15-20.
- [6] 聂运菊, 计玉芳, 熊倩. SBAS-InSAR 技术的广州市地面沉降监测[J]. *北京测绘*, 2022, 36(11): 1501-1507.
Nie Yunju, Ji Yufang, Xiong Qian. Land subsidence monitoring in Guangzhou based on SBAS-InSAR technology[J]. *Beijing Surveying and Mapping*, 2022, 36(11): 1501-1507.
- [7] 刘晓帅, 陶秋香, 牛冲, 等. DInSAR 与 SBAS InSAR 矿区地面沉降监测能力对比分析与验证[J]. *地球物理学进展*, 2022, 37(5): 1825-1833.
Liu Xiaoshuai, Tao Qiuxiang, Niu Chong, et al. Comparative analysis and verification of land subsidence monitoring capabilities of DInSAR and SBAS InSAR mining areas[J]. *Geophysical Progress*, 2022, 37(5): 1825-1833.
- [8] 刘平利, 乔天荣, 张鸿祥, 等. 时序 InSAR 多源数据地面沉降监测研究[J]. *地理空间信息*, 2021, 19(12): 31-32, 49, 181.
Liu Pingli, Qiao Tianrong, Zhang Hongxiang, et al. Land subsidence monitoring based on time series InSAR multi-source data[J]. *Geospatial information*, 2021, 19(12): 31-32, 49, 181.
- [9] 周吕, 鲁金金, 文学霖, 等. 基于小基线集时序干涉雷达分析武汉中心城区地表沉降时空特征[J]. *科学技术与工程*, 2021, 21(1): 40-46.
Zhou Lü, Lu Jinjin, Wen Xuelin, et al. Analysis of the spatial and temporal characteristics of surface subsidence in the central urban area of Wuhan based on small baseline set time-series interferometry radar[J]. *Science Technology and Engineering*, 2021, 21(1): 40-46.
- [10] 石晓宇, 魏祥平, 杨可明, 等. 联合 DInSAR 的 3 种下沉时序模型关键点缺失问题研究[J]. *煤炭科学技术*, 2022, 50(4): 236-245.
Shi Xiaoyu, Wei Xiangping, Yang Keming, et al. Research on the lack of key points in three sinking time series models combined with DInSAR[J]. *Coal Science and Technology*, 2022, 50(4): 236-245.
- [11] 张力杰, 盛平, 郑诚. 基于改进分段 Knothe 函数的山区开采地表沉陷动态预计模型[J]. *现代矿业*, 2023, 39(8): 171-175, 179.
Zhang Lijie, Sheng Ping, Zheng Cheng. Dynamic prediction model of surface subsidence in mountain mining based on improved piecewise Knothe function[J]. *Modern Mining*, 2023, 39(8): 171-175, 179.
- [12] 贺福帅. 基于正态时间函数的动态沉陷预测模型构建及应用研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2022.
He Fushuai. Construction and application of dynamic subsidence prediction model based on normal time function[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2022.
- [13] 刘东海, 邓念东, 姚婷, 等. 基于开采沉陷实测数据的 Weibull 时间函数模型参数研究[J]. *煤炭科学技术*, 2021, 49(9): 152-158.
Liu Donghai, Deng Niandong, Yao Ting, et al. Study on parameters of Weibull time function model based on measured data of mining subsidence[J]. *Coal Science and Technology*, 2021, 49(9): 152-158.
- [14] 王小华. 基于 Weibull 时间序列函数与负指数法的地表动态沉陷预计方法研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2016.
Wang Xiaohua. Research on surface dynamic subsidence prediction method based on Weibull time series function and negative exponential method[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2016.
- [15] 王玉涛. MMF-Weibull 组合模型在采空区地表沉降预测中的应用[J]. *煤炭技术*, 2020, 39(9): 18-21.
Wang Yutao. Application of MMF-Weibull combination model in prediction of surface subsidence in goaf[J]. *Coal technology*, 2020, 39(9): 18-21.
- [16] 顿志林, 王文唱, 邹友峰, 等. 基于时间函数组合模型的采空区地表沉降动态预测及剩余变形计算[J]. *煤炭学报*, 2022, 47(S1): 13-28.
Dun Zhilin, Wang Wenchang, Zou Youfeng, et al. Dynamic prediction of surface subsidence and calculation of residual deformation in goaf based on time function combination model[J]. *Coal Journal*, 2022, 47(S1): 13-28.
- [17] 张永胜. Weibull 时间函数的模型优化及开采沉陷动态预计研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2023.
Zhang Yongsheng. Research on model optimization of Weibull time function and dynamic prediction of mining subsidence[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2023.
- [18] 李春意, 赵亮, 李铭, 等. 基于 Logistic 时间函数地表动态沉陷预测及优化求参研究[J]. *安全与环境学报*, 2020, 20(6): 2202-2210.
Li Chunyi, Zhao Liang, Li Ming, et al. Study on prediction and optimization of surface dynamic subsidence based on Logistic time function[J]. *Journal of Safety and Environment*, 2020, 20(6): 2202-2210.
- [19] 高超, 徐乃忠, 孙万明, 等. 基于 Bertalanffy 时间函数的地表动态沉陷预测模型[J]. *煤炭学报*, 2020, 45(8): 2740-2748.
Gao Chao, Xu Naizhong, Sun Wanming, et al. Prediction model of surface dynamic subsidence based on Bertalanffy time function[J]. *Coal Journal*, 2020, 45(8): 2740-2748.