第18卷 第2期 2018年1月
1671—1815(2018)002-0180-06

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 18 No. 2 Jan. 2018
ⓒ 2018 Sci. Tech. Engrg.

引用格式:李春月, 廖育荣, 倪淑燕, 等. 基于球面单径容积准则的多雷达分布式再入目标实时跟踪算法[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(2): 180—185

Li Chunyue, Liao Yurong, Ni Shuyan, et al. Real-time tracking algorithm for multi-radar distributed reentry target based on spherical simplex-radial cubature rule[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(2): 180—185

基于球面单径容积准则的多雷达分布式再入目标实时跟踪算法

李春月[1] 廖育荣[2] 倪淑燕[2] 陈 帅[1]

(航天工程大学研究生院[1],光电装备系[2],北京 101416)

摘 要 针对多雷达对再入目标的实时跟踪问题,提出一种基于球面单径容积准则的分布式容积卡尔曼滤波算法。首先,利用球面单径容积准则近似计算非线性高斯权重积分,然后由统计线性误差传播方法等价表示滤波过程中的互协方差矩阵;最后通过一致性算法将单雷达容积卡尔曼滤波器所得时间更新结果与邻居雷达间进行信息交互与一致化处理,得到分布式球面单径容积卡尔曼滤波算法。该算法提高了再入弹道目标跟踪精度;无信息融合中心的通信拓扑结构降低了雷达间的通信量与计算量,提高了整个系统的生存能力。数值仿真结果验证了算法的有效性。

关键词 再入目标 分布式 球面单径 容积卡尔曼滤波 一致性算法

中图法分类号 V556.6; **文献标志码** A

再入弹道目标实时跟踪问题,其本质为从受噪声干扰的测量信号(径向速度与距离、方位角、俯仰角)中实时估计出导弹的真实轨迹与速度,属于非线性滤波问题。估计的精度直接影响到再入导弹拦截的成功率。目前,采用多雷达系统对再入目标进行实时跟踪能有效提高跟踪的精度,但是传统的多雷达系统采用的是集中式的模式,所有雷达测站的数据全部发往融合中心进行统一计算,致使融合中心有较大的通信负担与计算负担。近几年,传感器网络的分布式估计问题受到广泛关注[1—3],多雷达分布式再入目标实时跟踪模式具有跟大的发展前景。

分布式估计问题的主流研究方向为由 Saber[4—6]等提出的分布式卡尔曼滤波(distributed Kalman filter, DKF)算法,该算法由卡尔曼滤波器(Kalman filter, KF)与平均一致性滤波器级联构成。通过相邻滤波器间的信息交互达使全局预测趋于一致;但仅适用于噪声特性已知的线性高斯系统。随着非线性卡尔曼滤波算法的发展,有学者在 DKF 算法的基础上提出了分布式非线性卡尔曼滤波,基于扩展卡尔曼滤波[7](extended Kalman filter, EKF)的分布式算法仍存在对非线性强的系统估计精度低甚至不能收敛的问题。Julier 等[8]提出的无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)采用 UT 变换近似非线性系统的概率密度函数,使得估计均值与估计协方差矩阵可以达到真实均值与真实协方差矩阵的三阶泰勒展开精度,但是 UKF 算法中存在状态协方差的开方运算,状态维数大于 3 时,调节参数为负,容易出现奇异,使滤波器发散。2009 年,Arasaratnam 等[9,10]提出的容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF)算法,很好地解决了上述问题;该算法通过将高斯权重积分拆分成一个球面积分与一个径向积分;并通过球面-径向容积准则(spherical-radial cubature rule)加权近似,最后嵌入贝叶斯滤波框架得到。通过分析发现,CKF 虽然在高维系统下仍能稳定运算,但估计误差会随着维数的增加成比例增加。

为了提高多雷达系统对再入弹道目标的实时跟踪精度,提高多雷达系统的生存能力,本文提出一种基于球面单径容积准则(spherical simplex-radial cubature rule)的分布式容积卡尔曼滤波算法。将基于球面单径容积准则的容积卡尔曼滤波算法嵌入非线性卡尔曼一致滤波框架,得到分布式球面单径容积卡尔曼滤波(DSSRCKF)算法,并对再入目标进行建模、跟踪仿真,仿真结果验证了算法的有效性。

1 算法实现

考虑常规离散非线性系统:

2017 年 6 月 19 日收到 国家高技术研究发展计划(2015AA7026085)资助

第一作者简介:李春月(1992—),硕士研究生。研究方向:目标跟踪、最优状态估计。E-mail:15501257867@163.com。

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k-1}) + \boldsymbol{w}_{k-1} \\ \boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k \end{cases} \tag{1}$$

式(1)中，状态向量 $\boldsymbol{x}_k \in \boldsymbol{R}^{n_x}$；量测向量 $z_k \in \boldsymbol{R}^{n_z}$；高斯白噪声 $\boldsymbol{w}_k$ 与 $\boldsymbol{v}_k$ 相互独立，且统计特性满足：

$$\begin{cases} E(\boldsymbol{w}_k \boldsymbol{w}_j^{\mathrm{T}}) = \boldsymbol{Q}_k \delta_{kj} \\ E(\boldsymbol{v}_k \boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}) = \boldsymbol{R}_k \delta_{kj} \\ E(\boldsymbol{w}_k \boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}) = 0 \end{cases} \tag{2}$$

式(2)中，δ_{kj} 为 Kronecker-δ 函数。

1.1 高斯域下的贝叶斯滤波器

假设 $k-1$ 时刻的状态后验概率密度函数为 $p(\boldsymbol{x}_{k-1} | z_{k-1})$，则一步预测概率密度[11,12]为

$$p(\boldsymbol{x}_k | z_{k-1}) = \int p(\boldsymbol{x}_k | \boldsymbol{x}_{k-1}) p(\boldsymbol{x}_{k-1} | z_{k-1}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} \tag{3}$$

k 时刻收到测量值 z_k，进行后验概率密度更新。

$$p(\boldsymbol{x}_k | z_k) = \frac{p(z_k | \boldsymbol{x}_k) p(\boldsymbol{x}_k | z_{k-1})}{\int p(z_k | \boldsymbol{x}_k)\ p(\boldsymbol{x}_k | z_{k-1}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_k} \tag{4}$$

当一步预测概率密度 $p(\boldsymbol{x}_k | z_{k-1})$ 与似然概率密度 $p(z_k | \boldsymbol{x}_k)$ 均为高斯分布时，则后验概率密度 $p(\boldsymbol{x}_k | z_k)$ 同样为高斯分布，此时式(3)、式(4)仅需计算出这些概率密度的均值与协方差。高斯域下的贝叶斯滤波器可以概括为下面两个过程。

1.1.1 预测过程

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^- = \int_{\boldsymbol{R}^{n_x}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k-1}) N_{k-1}^+ \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{P}_k^- = \int_{\boldsymbol{R}^{n_x}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_{k-1}) f^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}_{k-1}) N_{k-1}^+ \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} - \hat{\boldsymbol{x}}_k^- (\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)^{\mathrm{T}} + Q \tag{6}$$

式中，N_{k-1}^+ 表示 $\boldsymbol{x}_{k-1}$ 服从均值为 $\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}^+$、方差为 $\boldsymbol{P}_{k-1}^+$ 的高斯分布；$\boldsymbol{N}_k^-$ 表示 $\boldsymbol{x}_k$ 服从均值为 $\hat{\boldsymbol{x}}_k^-$、方差为 $\boldsymbol{P}_k^-$ 的高斯分布。

1.1.2 更新过程

$$\hat{z}_k^- = \int_{\boldsymbol{R}^{n_x}} \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k) N_k^- \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{P}_{xz} = \int_{\boldsymbol{R}^{n_x}} (\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k^-)[z_k - \boldsymbol{h}(x_k)]^{\mathrm{T}} N_k^- \mathrm{d}x_k \tag{8}$$

$$\boldsymbol{P}_{zz} = \int_{\boldsymbol{R}^{n_x}} [z_k - \boldsymbol{h}(x_k)][z_k - \boldsymbol{h}(x_k)]^{\mathrm{T}} N_k^- \mathrm{d}x_k \tag{9}$$

$$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_{xz}(\boldsymbol{R}_k + \boldsymbol{P}_{zz})^{-1} \tag{10}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^+ = \hat{\boldsymbol{x}}_k^- + \boldsymbol{K}_k(z_k - \hat{z}_k^-) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{P}_k^+ = \boldsymbol{P}_k^- - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{P}_{zz} \boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

通过上述递推公式完成状态向量与误差协方差矩阵的更新。

1.2 球面单径容积准则

分析 1.1 中的式(2)、式(3)，发现高斯域下的贝叶斯滤波器可以概括为

$$I(\boldsymbol{f}) = \int_{\boldsymbol{R}^n} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) \mathrm{e}^{-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}} \mathrm{d}x \tag{13}$$

$I(\boldsymbol{f})$ 的求解一般可以采用一系列函数通过点集加权求和的近似方法，即

$$Q(\boldsymbol{f}) = \sum_{j=1}^{N} \omega_j \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i) \tag{14}$$

式(14)中，N 是总点数；$\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{\omega}_j$ 分别为正交点集和权重。

依据球面-径向容积变换准则，令 $\boldsymbol{x} = r\boldsymbol{y}$，且 $\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} = 1$，则有 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} = r^2$。将式(13)拆分成一个球面积分 $S(r) = \int_{U_n} f(r\boldsymbol{y}) \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y})$，和一个径向积分 $\int_0^\infty S(r) r^{n-1} \mathrm{e}^{-r^2} \mathrm{d}r$，文献[9]给出了该准则的推导过程。本文采用球面单径容积准则加权近似球面积分与径向积分，利用式(15)构造三阶球面单纯形准则求取球面积分：

$$S_3(r) = \frac{A_n}{2(n+1)} \sum_{j=1}^{n+1} [f(r a_j) + f(-r a_j)] \tag{15}$$

式(15)中，$A_n = 2\sqrt{\pi^n}/\Gamma(n/2)$ 是单位球的表面积，$\boldsymbol{a}_j = [a_{j,1}, a_{j,2}, \cdots, a_{j,n}]^{\mathrm{T}}, j = 1,2,\cdots,n+1$ 为一系列包含 n 个正则单行顶点的点集[13]，选取规则为

$$\boldsymbol{a}_{j,i} = \begin{cases} -\sqrt{\dfrac{n+1}{n(n-i+2)(n-i+1)}}, & i<j \\ 0, & i>j \\ \sqrt{\dfrac{(n+1)(n-j+1)}{n(n-j+2)}}, & i=j \end{cases} \tag{16}$$

径向积分可由包含 N_r 个点的高斯-拉盖尔公式求得：

$$\int_0^\infty S(r) r^{n-1} \mathrm{e}^{-r^2} \mathrm{d}r \approx \sum_{i=1}^{N_r} w_{r,i} S(r_i) \tag{17}$$

采用矩匹配法，得到的径向准则[14]：

$$\begin{cases} w_{r,1} r_1^0 = \dfrac{1}{2}\Gamma\left(\dfrac{1}{2}n\right) \\ w_{r,1} r_1^2 = \dfrac{1}{2}\Gamma\left(\dfrac{1}{2}n+1\right) = \dfrac{n}{4}\Gamma\left(\dfrac{1}{2}n\right) \end{cases} \tag{18}$$

由 $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$ 对第二个等式进行化简，解出 $r_1 = \sqrt{n/2}$，权重 $\omega_{r,1} = \Gamma(n/2)/2$。

将式(15)、式(17)代入式(14)，得出权重为 $N(x;\mu,P)$ 时的球面单径容积准则：

$$Q(f) = \frac{1}{2(n+1)} \sum_{j=1}^{n+1} [f(\mu + \sqrt{n}P\boldsymbol{a}_j) + f(\mu - \sqrt{n}P\boldsymbol{a}_j)] \tag{19}$$

1.3 分布式球面单径容积卡尔曼滤波器

用无向图 $G = (V,E)$ 对由 n 个雷达测站的通信拓扑结构进行数学建模。其中，$V = [1,2,\cdots,n]$ 表示雷达测站集合；G 中的通信链路由 $e_{sj} = (s,j) = (j,s) \in E$ 表示，此时雷达 s 与雷达 j 连通。雷达 s 的连通雷达集合记为 $N_s = \{j \in V|(s,j) \in E\}$，所以有 $N_s \subset V$。无向图 G 中，集合 N_s 中元素的个数记为雷达 s 的度，有 $d_s = |N_s|$。无向图 G 中，如果任意两雷达之间存在一条通信路径（可以为多跳），则称该无向图是连通的。

多雷达网络中，雷达 s 的状态方程与量测方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{s,k} = \boldsymbol{f}_{s,k-1}(\boldsymbol{x}_{s,k-1}) + \boldsymbol{w}_{s,k-1} \\ \boldsymbol{z}_{s,k} = \boldsymbol{h}_{s,k}(\boldsymbol{x}_{s,k}) + \boldsymbol{v}_{s,k} \end{cases} \tag{20}$$

基于 DEKF 算法框架设计分布式非线性滤波算法，首先要明确球面单径容积卡尔曼滤波器中不存在线性观测矩阵，需要利用线性误差传播理论近，利用协方差与互协方差等效表示线性观测矩阵，即

$$\boldsymbol{P}_{k,xz} \approx \boldsymbol{P}_k^- \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

定义伪观测阵：

$$\bar{\boldsymbol{H}}_k = \boldsymbol{P}_{k,xz}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1} \tag{22}$$

定义信息状态贡献和关联信息矩阵：

$$\boldsymbol{i}_{s,k} = \bar{\boldsymbol{H}}_{s,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{s,k}^{-1}[\boldsymbol{\varepsilon}_{s,k} + \bar{\boldsymbol{H}}_{s,k}\hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-] \tag{23}$$

式(23)中，滤波信息 $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \boldsymbol{z}_k - \boldsymbol{h}_k(\hat{\boldsymbol{x}}_k^-)$。

$$\boldsymbol{I}_{s,k} = \bar{\boldsymbol{H}}_{s,k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{s,k}^{-1}\bar{\boldsymbol{H}}_{s,k} \tag{24}$$

在多雷达分布式组网过程中，邻居雷达间可以通过光纤、无线网络进行通信，传输数据。在设计的分布式滤波算法中，雷达 s 通过时间更新，得到再入目标位置与速度的一步状态，通过量测更新得到互协方差信息。之后，雷达 s 利用自身信息状态贡献、关联信息矩阵与邻居信息状态贡献、关联信息矩阵的加权来更新目标状态，实现多雷达组网对再入目标的分布式估计。

结合高斯域下贝叶斯滤波递推公式与球面单径准则，得出雷达 s 算法具体执行步骤如下：

Step 1 初始化。

$\hat{\boldsymbol{x}}_{s,0}^+ = E(\boldsymbol{x}_0)$，$\boldsymbol{P}_{s,0}^+ = E[(\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_{s,0}^+)(\boldsymbol{x}_0 - \hat{\boldsymbol{x}}_{s,0}^+)^{\mathrm{T}}]$。

Step 2 时间更新。

对 $\boldsymbol{P}_{s,k-1}^+$ 进行 Cholesky 分解，取下三角阵，即 $\boldsymbol{P}_{s,k-1}^+ = \boldsymbol{S}_{s,k-1}^+(\boldsymbol{S}_{s,k-1}^+)^{\mathrm{T}}$。求容积点，并经非线性状态方程传递容积点：

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{s,k-1}^{(i)} = \hat{\boldsymbol{x}}_{s,k-1}^+ + \boldsymbol{S}_{s,k-1}^+\boldsymbol{\xi}^{(i)} \\ \boldsymbol{\chi}_{s,k}^{(i)} = \boldsymbol{f}_{s,k-1}(\boldsymbol{\chi}_{s,k-1}^{(i)}) \end{cases}。$$

式中，$\boldsymbol{\xi}^{(i)}$ 的值为矩阵 $\sqrt{n_x}[\boldsymbol{a}_j \quad -\boldsymbol{a}_j]$ 的第 i 列。取平均，求一步状态估计：

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^- = \dfrac{1}{2(n_x+1)}\sum_{i=1}^{2(n_x+1)}\boldsymbol{\chi}_{s,k}^{(i)} \\ \boldsymbol{P}_{s,k}^- = \dfrac{1}{2(n_x+1)}\sum_{i=1}^{2(n_x+1)}\boldsymbol{\chi}_{s,k}^{(i)}(\boldsymbol{\chi}_{s,k}^{(i)})^{\mathrm{T}} - \\ \quad \hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-(\hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{s,k-1} \end{cases}。$$

Step 3 量测更新。

按照 Step 2 方法更新容积点，并经量测方程传递：

$$\boldsymbol{z}_{s,k}^{(i)} = \boldsymbol{h}_{s,k}(\boldsymbol{\chi}_{s,k}^{(i)});$$

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{s,k} = \frac{1}{2(n_x+1)}\sum_{i=1}^{2(n_x+1)}\boldsymbol{z}_{s,k}^{(i)};$$

$$\boldsymbol{P}_{s,k}^{xz} = \frac{1}{2(n_x+1)}\sum_{i=1}^{2(n_x+1)}\boldsymbol{\chi}_{s,k}^{(i)}(\boldsymbol{z}_{s,k}^{(i)})^{\mathrm{T}} - \hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-(\hat{\boldsymbol{z}}_{s,k})^{\mathrm{T}}。$$

Step 4 信息交互及融合。

雷达 s 与其邻居雷达交互的信息包括 $\boldsymbol{i}_{s,k}$、$\boldsymbol{I}_{s,k}$、$\hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-$。融合过程为：

$$\boldsymbol{Y}_{s,k} = \sum_{j \in J_s}\boldsymbol{I}_{j,k};$$

$$\boldsymbol{y}_{s,k} = \sum_{j \in J_s}\boldsymbol{i}_{j,k}。$$

式中，$J_s = N_s \cup \{s\}$，表示所有与雷达 s 联通的邻居雷达。

Step 5 状态更新。

利用交互及融合信息更新误差协方差矩阵与目标状态：

$$\boldsymbol{P}_{s,k}^+ = [\boldsymbol{P}_{s,k}^- + \boldsymbol{S}_{s,k}]^{-1};$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^+ = \hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^- + \boldsymbol{P}_{s,k}^+(\boldsymbol{y}_{s,k} - \boldsymbol{Y}_{s,k}\hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-) + \gamma\boldsymbol{P}_{s,k}^-\sum_{j \in \mathrm{N}_s}(\hat{\boldsymbol{x}}_{j,k}^- - \hat{\boldsymbol{x}}_{s,k}^-)。$$

式中，$\boldsymbol{\gamma} = \dfrac{t}{(1 + \|\boldsymbol{P}_{s,k}^-\|_F)}$，$\|\boldsymbol{P}_{s,k}^-\|_F$ 为矩阵 $\boldsymbol{P}_{s,k}^-$ 的 Frobenius 范数，t 为一充分小的正数，本文后续仿真取值为 0.1。

2 仿真设计及验证

2.1 再入目标跟踪模型

将分布式球面单径容积卡尔曼滤波算法应用于多雷达分布式组网对再入目标的实时跟踪中，首先需要建立再入目标的动力学模型以及观测方程。动力学模型即状态方程的建立需要对再入目标进行受力分析，地固系 $OE\text{-}XYZ$ 下，再入弹道目标再入速度快、再入时间短，因此忽略地球自转的影响。无机动加速度情况下，再入过程中目标只收到地球重力与大气阻力作用，如图 1 所示，地球重力加速度 ag 指向地心，大气阻力加速度 af 指向速度 V 反方向，式

(25)即为状态方程。

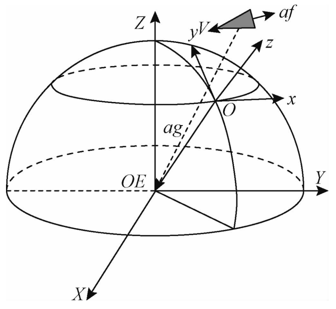

图 1　再入目标示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the reentry target

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}_1 \\ \dot{\boldsymbol{v}} = -\dfrac{\mu}{R^3}\boldsymbol{x} - \dfrac{\rho V}{2\beta}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{\omega}_2 \\ \dot{\gamma} = w_3 \end{cases} \tag{25}$$

式(25)中, $\boldsymbol{w}_1$、$\boldsymbol{w}_2$、w_3 为互不相关零均值高斯白噪声; $\boldsymbol{x} = [x \quad y \quad z]$ 为再入目标状态向量, $\boldsymbol{v} = [v_x \quad v_y \quad v_z]$ 为再入目标速度向量; $\mu = GM$ 为地球重力常量; $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 为再入目标与地心之间的距离; $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ 为再入目标速度; ρ 为大气密度; β 为再入目标弹道系数,其与再入目标质量 m、再入目标有效截面积 A 和气动系数 C_D 有关:

$$\beta = \frac{m}{C_D A} = \beta_0 e^{\gamma} \tag{26}$$

一般情况下,再入目标弹道系数 β 难以获得,需要对其进行建模。为了保证滤波器收敛,本文选取了弹道系数的指数化模型[15],其中 γ 的变化率用零均值高斯白噪声表示,即 $\dot{\gamma} = w_3$ 。为了得到滤波需要的离散形式,同时保证滤波器的精度,采用四阶龙格－库塔方法对状态方程进行离散。

如图 1 所示,$Oxyz$ 为东北天测站坐标系,在此坐标系下建立再入目标的观测方程。观测量包括径向距离 r 、方位角 ε 与俯仰角 η 。根据几何关系,得出测站 s 的观测方程:

$$\begin{cases} r_k^s = \sqrt{x_{c,k}^2 + y_{c,k}^2 + z_{c,k}^2} + v_{1k} \\ \varepsilon_k^s = \arctan\left(\dfrac{z_{c,k}}{\sqrt{x_{c,k}^2 + y_{c,k}^2}}\right) + v_{2k} \\ \eta_k^s = \arctan\left(\dfrac{x_{c,k}}{y_{c,k}}\right) + v_{3k} \end{cases} \tag{27}$$

式(27)中, $\boldsymbol{v} = [v_1 \quad v_2 \quad v_3]$ 为量测噪声; $\boldsymbol{x}_c = [x_c \quad y_c \quad z_c]^{\mathrm{T}}$ 为再入目标在测站坐标系下的坐标,通过对 $\boldsymbol{x}$ 进行坐标转换得到,转换矩阵 $\boldsymbol{Q}_{Xx}$ 。

$$\boldsymbol{Q}_{Xx} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\varphi \\ \cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix}。$$

式中, λ 为测站经度; φ 为测站纬度。于是有 $\boldsymbol{x}_c = \boldsymbol{Q}_{Xx} \cdot [\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_s]$ 。$\boldsymbol{x}_s$ 为测站在地固系下的位置向量。

2.2　仿真实验

首先,由 STK 卫星工具包给出再入弹道目标的再入的位置与速度初值,然后对多雷达测站系统进行布站与可见性分析,确保再入段过程,全部测站对目标可视。之后用 MATLAB 仿真软件对提出的算法进行仿真验证,依据式(25),利用四阶龙格-库塔方法得到地固系下再入弹道目标的真实运动轨迹,其中再入目标位置与速度初值设为 [−2 400 000, 5 450 000,2 840 000, −1 000, −350,500]$^{\mathrm{T}}$,初始弹道系数设为 6 000 kg/m^2。

仿真过程中,分别采用单站 CKF 算法、多站 DCKF 算法与 DSSRCKF 算法对再入弹道目标进行实时跟踪,其中多站跟踪时雷达间通信拓扑采用图 2(a)与图 2(b)两种结构,该两种结构均无数据融合中心,战时生存能力强,扩展性强。表 1 为各测站经纬度。

仿真参数设计。设滤波初值为

[−2 399 000,5 451 000,2 841 000, −950, −350,500]$^{\mathrm{T}}$。

初始误差协方差矩阵为

$\boldsymbol{P}_0 = \mathrm{diag}([10^6\ 10^6\ 10^6\ 10^4\ 10^4\ 10^4\ 10^4])$。

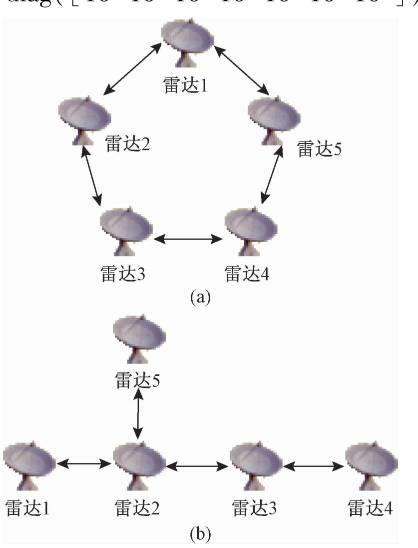

图 2　雷达间通信拓扑示意图

Fig. 2　Schematic diagram of the radar communication topology

表 1　各雷达测站经纬度

Table 1　The radar station latitude and longitude (°)

雷达	经度	纬度
1	106.96	29.13
2	108.91	22.39
3	105.37	21.88
4	104.35	20.43
5	98.91	22.17

弹道系数初值设为 5 000。根据速度和位置均方根误差对比三种算法的性能。其中位置均方根误差(RMSE)定义为

$$r_{\mathrm{RMSE}}(k)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}[(x_k^n-\hat{x}_k^n)^2+(y_k^n-\hat{y}_k^n)^2+(z_k^n-\hat{z}_k^n)^2]} \tag{28}$$

式(28)中,N 为蒙特卡洛打靶次数,设为 200 次。x_k^n 和 $\hat{x}_k^n$ 分别为第 n 次打靶时 k 时刻再入弹道目标的真实值与滤波值,速度、弹道系数的均方根误差定义与式(28)方法相同。

2.3 结果分析

仿真结果如图 3、图 4 所示。图 3 为雷达 1 四种算法位置跟踪的均方根误差对比,图 4 为雷达 1 四种算法速度跟踪的均方根误差对比,由图 3、图 4 可以明显看出,多站分布式结构对再入目标的实时跟踪精度要明显高于单站算法;同样是 5 站分布式结构,DSSRCKF 算法的位置与速度跟踪精度要明显高于 DCKF 算法。表 2 为最后 100 s 四种算法速度、位置与弹道系数均方根误差的均值,可以明显看出所提出的分布式算法在各方面性能都有所改善,而且

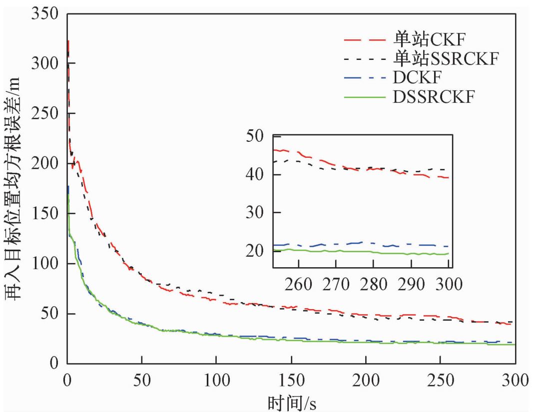

图 3 雷达 1 位置均方根误差

Fig. 3 The position root mean square error of radar one

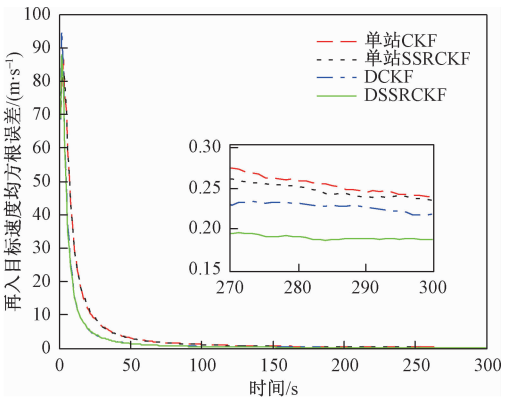

图 4 雷达 1 速度均方根误差

Fig. 4 The speed root mean square error of radar one

采用球面单径容积准则进行容积卡尔曼滤波,每次仅增加 1 个容积点,不会明显增加计算量,降低滤波的实时性。

表 3～表 5 为图 2 中两种拓扑结构仿真结果对比。通过初步研究发现,同一种分布式算法在不同的通信拓扑结构中也会对跟踪精度造成不同的影响。很明显,同样环境下拓扑结构(a)的位置与弹道系数收敛精度相对于拓扑结构(b)都有明显提高。

表 2 雷达 1 滤波收敛精度对比

Table 2 Radar one filter convergence precision

算法	速度/($m\cdot s^{-1}$)	位置/m	弹道系数/($kg\cdot m^{-2}$)
CKF	0.277	44.134	40.090
SSRCKF	0.265	42.872	33.898
DCKF	0.235	21.981	11.716
DSSRCKF	0.197	18.569	8.426

表 3 DSSRCKF 算法各雷达速度 RMSE

Table 3 DSSRCKF algorithm of radar speed RMSE $m\cdot s^{-1}$

雷达	通信拓扑(a)	通信拓扑(b)
1	0.197	0.192
2	0.193	0.185
3	0.194	0.189
4	0.203	0.209
5	0.199	0.197

表 4 DSSRCKF 算法各雷达位置 RMSE

Table 4 DSSRCKF algorithm of radar position RMSE m

雷达	通信拓扑(a)	通信拓扑(b)
1	18.569	22.203
2	18.541	21.153
3	19.032	21.657
4	20.187	24.876
5	18.849	23.373

表 5 DSSRCKF 算法各雷达弹道系数 RMSE

Table 5 DSSRCKF algorithm of radar ballistic coefficient RMSE $kg\cdot m^{-2}$

雷达	通信拓扑(a)	通信拓扑(b)
1	8.426	9.202
2	8.975	9.153
3	8.321	9.657
4	8.189	9.876
5	8.272	9.373

3 结论

本文提出了基于球面单径容积卡尔曼滤波的多雷达分布式再入弹道目标跟踪算法,用于实时跟踪再入弹道目标的速度与位置。首先基于高斯域下的

贝叶斯滤波框架,结合球面单径容积准则设计球面单径容积卡尔曼滤波器,然后通过一致性滤波器将多雷达系统进行分布式数据融合,得到分布式再入弹道目标的跟踪算法,最后通过仿真,验证算法的有效性。

参 考 文 献

1 Akyildiz I F, Su W, Sankarasubramaniam Y, *et al.* Wireless sensor networks: a survey. Computer Networks, 2002;38(4):393—422

2 Aziz A, Sekercioglu Y, Fitzpatrick P, *et al.* A survey on distributed topology control techniques for extending the lifetime of battery powered wireless sensor networks . IEEE Communication Surveys Tuts, 2012;99:1—24

3 Yao K. Sensor networking: concepts, applications and challenges. Acta Automatica Sinica, 2006;32(6): 839—845

4 Olfati-Saber R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters. The 4th IEEE Conference on Decision and Control, 2005: 8179—8184

5 Olfati-Saber R. Distributed Kalman filter for sensor networks. The 47th IEEE Conference on Decision and Control,2007:5492—5498

6 Olfati-Saber R. Kalman-consensus filter:optimality,stability,and performance. The 48th IEEE Conference on Decision and Control,2009: 7036—7042

7 Psiaki M L. Backward-smoothing extended kalman filter. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2005;28(5): 885—894

8 Julier S J, Dorrantwhyte H F. A new method for nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. IEEE Trans on Automatic Control, 2000; 8(4): 503—508

9 Aransaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters. IEEE Trans on Automatic Control, 2009;54(6): 1254—1269

10 Aransaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman smoothers . Automatica, 2010;47(10):2245—2250

11 Ito K, Xiong K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering problems . IEEE Transcations on Automatic Control, 2000;45(5):910—927

12 Julier S J, Uhlman J K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems. Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1997;3068:182—193

13 Lu J, Darmofal D L. Higher-dimensional integration with gaussian weight for applications in probabilistic design . SIAM J Sci Comput, 2004;26(2): 613—624

14 穆 静,蔡远利. 迭代容积卡尔曼滤波算法及其应用. 系统工程与电子技术,2011;33(7): 1454—1457
Mu Jing, Cai Yuanli. Iterated cubature Kalman filter and its application . Systems Engineering and Electronics, 2004;26(2): 613—624

15 Li X R, Jilkov V P. Survey of manenvering target tracking (Part Ⅱ): Motion Models of Ballistic and space Targets . IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2010;46(1): 96—119

Real-time Tracking Algorithm for Multi-radar Distributed Reentry Target Based on Spherical Simplex-radial Cubature Rule

LI Chun-yue[1], LIAO Yu-rong[2], Ni Shu-yan[2], CHEN Shuai[1]

(Department of Optical and Electronic Equipment[1], Department of Optical and Electronic Equipment[2],
Aerospace Engineering University, Beijing 101416, China)

[**Abstract**] A distributed cubature Kalman filter algorithm based on spherical simple cubature rule is proposed for multi-radar real-time tracking of reentry targets. Firstly, the nonlinear Gaussian weight integral is approximated by the spherical simplex-radial rule. Then, the volumetric information is obtained by the equivalent linear error propagation method. Finally, the information fusion and consensus between the time update result of the single radar volume Kalman filter and the neighbor radar are obtained by the consistency algorithm, and the distributed spherical single diameter Kalman filter algorithm is obtained. The algorithm improves the tracking accuracy of the reentry trajectory target. The communication topology without information fusion center reduces the traffic and computation between the radar and improves the survivability of the whole system. The numerical simulation results verify the effectiveness of the algorithm.

[**Key words**] renntry target distributed simplex-radial rule cubature Kalman filter consensus algorithm