第11卷 第33期 2011年11月
1671—1815(2011)33-8128-04

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol. 11 No. 33 Nov. 2011
© 2011 Sci. Tech. Engrg.

工件相同且发送批数受限的供应链排序问题

范 静
(上海第二工业大学理学院,上海 201209;华东理工大学理学院, 上海 200237)

摘 要 工件完工后成批发送的供应链排序问题是从实际生产中提炼出来的。针对发送批数受限制,最小化生产费用及发送费用的情况,当工件的权重与加工时间均相等时,生产费用是关于发送批数的单调递减函数,进而根据二分搜索法可以得到最优的发送批数。因此问题是多项式时间可解的。

关键词 供应链 排序 生产费用 发送费用 二分搜索法

中图法分类号 O223; **文献标志码** A

由于现代制造工业的剧烈竞争,生产企业形成了这样的供应链:原材料由生产设施(机器)加工为成品,接着产品(工件)由运输工具发送给顾客。因此,如何安排生产计划以减少库存成本,如何制定配送方案以降低运输费用,是各个企业力图解决的问题。于是,集成考虑生产环节与运输环节的供应链问题一经提出立刻成为研究的热点。其中一类问题的研究目标是使生产费用和发送费用总和最小, 这里工件的生产费用[1]通常是与其完工时刻或者发送时刻或者送至顾客处的时刻相关的函数, 发送费用与发送批数成正比。顾客可以是一个或多个。根据每批发送工件个数的不同, 可分为逐个发送与成批发送。运输工具可以是一个、有限个或者无限个。运输工具的容量分为一个工件、有限个工件及无限个工件等不同类型。运输工具可直接将指定工件发送给顾客,也可以在发送过程中有多个顾客。

2003 年 Hall 和 Potts 首先在文献[1]中系统地提出了供应链排序模型, 一年后 Hall 在凯斯西储大学做了题为《供应链排序》的专题报告, 介绍了系列文献[1—3]。之后出现了大量研究文献, 其中有不少是关于一台机器环境下最小化生产费用和发送费用总和的文献[4—6]。2005 年,Hall 和 Potts[4]提出了与发送批数成比例的发送费用问题,并对于最小化工件加权生产费用与发送费用的问题,证明其是强 NP 难的。Min 等人[5]还研究了其一种特殊情况,证明当发送批数受限制时问题是 NP 难的,并提出了伪多项式时间的动态规划算法。Wang 和 Cheng[6]研究了多台机器的情况。Chen[7]与唐国春[8]对于供应链排序的模型和方法进行了综述. 前者提出了描述问题的五参数记法:$\alpha \mid \beta \mid \pi \mid \delta \mid \gamma$,这里,$\alpha \mid \beta \mid \gamma$ 与经典排序问题中的三参数的意义相同, 即 α 表示机器信息,β 表示工件的限制条件,γ 表示目标函数。新增参数 π 表示发送过程,例如:$V(\infty, \infty)$ 表示)表示运输工具的数量及其容量均无限制,*direct* 表示一批工件直接发送给客户。另外, 新增参数 δ 表示顾客的数量。

1 问题的描述

供应链排序由加工阶段和发送阶段组成。在加工阶段,制造商有一台机器,有 n 个相互独立工作的工件集 $J = \{J_1, J_2, \cdots, J_n\}$, 其中每个工件 J_i 在零时刻即可在机器上无中断地加工,加工时间 p_j 及权重 w_j 均相等,分别为 p 及 w。用 C_j 表示工件 $J_j(j=1,2, \cdots,n)$ 的完工时刻。工件 J_j 可在 $C_j(j=1,2, \cdots,n)$ 或之后被发送给顾客。工件在此阶段的安排成为生产排序。

2011 年 9 月 5 日收到
作者简介:范 静(1979—),女,研究方向:排序论。E-mail:fanjing@sf.sspu.cn。

制造商有足够多容量无限的运输工具,在发送阶段,只有当一批工件全部完工后才能够安排运输工具发送给客户。记 D_j 为工件 $J_j(j=1,2,\cdots,n)$ 的发送时刻,显然,$D_j \geqslant C_j(j=1,2,\cdots,n)$。生产费用由工件的加权发送时刻总和来表示,记为 $w\sum_{j=1}^{n} D_j$。发送过程中,运输工具为一个顾客直接发送工件。若 Y 表示发送批数,U 表示一个确定的正整数,则 $Y \leqslant U$。设发送一批工件的费用为 c,记总发送费用为 TC[7],则 $TC=cY$。工件在此阶段的安排成为发送排序。

本文要解决的是对于工件相同且发送批数受限制的情况,寻找工件的最优排序,包括生产排序及发送排序,使生产费用和发送费用总和最小。根据文献[7]中的五参数记法,将问题记为 $1 \mid w_j=w, p_j=p \mid V(\infty,\infty), direct, B \leqslant U \mid 1 \mid w\sum_{j=1}^{n} D_j + TC$,简记为 P。

设发送了 h 批工件,$b_1,b_2,\cdots,b_h$ 分别为第 B_1 批,第 B_2 批,……,第 B_h 批中的工件个数,则问题的数学模型为:

$$\min wp[b_1(b_1)+b_2(b_1+b_2)+\cdots\cdots+b_h(b_1+b_2+\cdots+b_h)]+ch$$
$$\text{s.t. } b_1+\cdots+b_h=n$$
$$h \leqslant U \tag{1}$$

2　问题的性质

问题 P 满足以下性质:

性质 1　工件的加工顺序的更改不影响目标函数值。

性质 2　给定发送批数 h 及每批发送的工件个数 $b_1,b_2,\cdots,b_h$,每批发送次序的更改不影响目标函数值。

证明　设生产费用为 I_h,则根据数学模型(1)得

$$I_h = wp[b_1(b_1)+b_2(b_1+b_2)+\cdots+b_h(b_1+b_2+\cdots+b_h)] = wp(b_1^2+b_2^2+\cdots+b_h^2+b_1b_2+b_1b_3+\cdots+b_1b_h+b_2b_3+\cdots+b_2b_n+\cdots b_{h-1}b_h) \tag{2}$$

I_h 是关于 $b_1,b_2,\cdots,b_h$ 对称的函数,因此,每批的发送次序不影响生产费用。进而,由于发送费用为 ch,发送次序的更改不会改变目标函数值。证毕。

问题 P 的最优解满足以下引理:

引理 1　对于问题 P,存在满足以下两个条件的最优序:

(1) 加工排序中,机器没有空闲;

(2) 一批工件的发送时刻等于该批工件中最后加工工件的完工时刻。

进一步地,

定理 1　给定发送批数 h,在问题 P 的最优解中每批发送的工件数或者为 $\left|\frac{n}{h}\right|$,或者为 $\left|\frac{n}{h}\right|-1$。

证明　设第 B_1 批,第 B_2 批,…,第 B_{k-1} 批,第 B_k 批,…,第 B_l 批,第 B_{l+1} 批,…,第 B_h 批中的发送工件个数分别为 $b_1,b_2,\cdots,b_{k-1},b_k,\cdots,b_l,b_{l+1}\cdots,b_h$ $(l>k)$,记第 B_k 批,…,第 B_l 批的生产费用为 X。记第 B_1 批,第 B_2 批,…,第 B_{k-1} 批的生产费用为 G',第 B_{l+1} 批,…,第 B_h 批的生产费用为 G''。于是,$I_h=G'+X+G''$。设第 B_k 批开始加工的时刻为 t,则 $X=w(b_k(t+b_kp)+b_{k+1}(t+b_kp+b_{k+1}p)+\cdots+b_l(t+b_kp+b_{k+1}p+\cdots+b_lp))$。

若将第 B_k 批中的一个工件移至第 B_l 批中,则 G' 与 G'' 保持不变,而此时第 B_k 批,…,第 B_l 批的生产费用有变化,记为 X',即

$$X'=w((b_k-1)(t+(b_k-1)p)+b_{k+1}(t+(b_k-1)p+b_{k+1}p))+\cdots+(b_l+1)(t+(b_k-1)p+b_{k+1}p+\cdots+(b_l+1)p)。$$

若记此时的生产费用为 I'_h,经过整理后,有

$$I_h-I'_h = X-X' = wp(b_k-b_l-1) \tag{3}$$

若 $b_k-b_l>1$,则 $I_h-I'_h>0$,说明若第 B_k 批中工件数比第 B_l 批中的工件数多 2 个及以上,可通过将第 B_k 批中工件移至第 B_l 批以减小目标函数值,直至两批的工件数或者相等或者相差 1。类似地,可以得到若第 B_k 批中工件数比第 B_l 批中的工件数少 2 个及以上,可通过将第 B_l 批中工件移至第 B_k 批以减小目标函数值,直至两批的工件数或者相等

或者相差 1。

因此,在 h 批中,每批发送的工件数或者为 $\left|\dfrac{n}{h}\right|$,或者为 $\left|\dfrac{n}{h}\right|-1$。证毕。

定理 2 给定发送批数 h,问题 P 的最优生产费用是关于发送批数的单调递减函数。

证明 根据性质 2,只需讨论第 B_1 批,…,第 B_m 批中的工件数为 $\left|\dfrac{n}{h}\right|$,第 B_{m+1} 批,…,第 B_h 批中的工件数为 $\left|\dfrac{n}{h}\right|-1$ 的情况。

由于 $m\left|\dfrac{n}{h}\right|+(h-m)\left(\left|\dfrac{n}{h}\right|-1\right)=n$,可得

$m=n-h\left(\left|\dfrac{n}{h}\right|-1\right)$。

将式(2)中 $b_1,b_2,\cdots,b_m$ 取为 $\left|\dfrac{n}{h}\right|$,其余取为 $\left|\dfrac{n}{h}\right|-1$,整理后得

$$I_h=wp\left(\left(n+\frac{h}{2}\right)\left|\frac{n}{h}\right|-\frac{h}{2}\left|\frac{n}{h}\right|^2+\frac{n^2-n}{2}\right)。$$

于是,

$$I_{h+1}=wp\left(\left(n+\frac{h+1}{2}\right)\left|\frac{n}{h+1}\right|-\frac{h+1}{2}\left|\frac{n}{h+1}\right|^2+\frac{n^2-n}{2}\right)。$$

因此,

$$I_h-I_{h+1}=h\left(\left|\frac{n}{h}\right|-\left|\frac{n}{h+1}\right|\right)\left(\frac{2n}{h}+1-\left|\frac{n}{h}\right|-\left|\frac{n}{h+1}\right|\right)+\left|\frac{n}{h+1}\right|^2-\left|\frac{n}{h}\right|。$$

由于 $\left|\dfrac{n}{h}\right|-\left|\dfrac{n}{h+1}\right|\geqslant 0$,$\dfrac{2n}{h}+1-\left|\dfrac{n}{h}\right|-\left|\dfrac{n}{h+1}\right|>0$,并且由于 $n\geqslant h+1$,得到 $\left|\dfrac{n}{h+1}\right|^2-\left|\dfrac{n}{h}\right|\geqslant 0$,因而 $I_h-I_{h+1}>0$。说明问题 P 的最优生产费用是关于发送批数的单调递减函数。证毕。

值得注意的是,发送费用是关于发送批数的单调递增的函数,因此关于目标函数,即生产费用与发送费用之和,采用二分搜索法求解。

3 问题 P 的二分搜索法

设 F_h 表示给定发送批数 h,问题 P 的最优目标函数值。

二分搜索法的步骤如下:

步骤 1 令 $s=1,u=U-1$

步骤 2

Step 1 计算 $\alpha_s=F_s-F_{s+1}$,若 $\alpha_s\leqslant 0$,则 $h^*=s$,停止。

Step 2 计算 $\alpha_u=F_u-F_{u+1}$,若 $\alpha_u\geqslant 0$,则 $h^*=u+1$,停止。

步骤 3 令 $v=\left|\dfrac{s+u}{2}\right|$,

Step 1 若 $v=s$,则 $h^*=v+1$,停止。

Step 2 计算 $\alpha_v=F_v-F_{v+1}$,

若 $\alpha_v=0$,则 $h^*=v$,停止。

若 $\alpha_v<0$,则 $u=v$,返回 Step 2;否则 $s=v$,返回 Step 2。

定理 3 对于工件相同且发送次数受限制的供应链排序问题 P,利用二分搜索法可在 $O(\lg U)$ 内求得最优的发送次数,即可得最优排序及最优值。

参 考 文 献

1 Hall N G, Potts C N. Supply chain scheduling: batching and delivery. Operations Research, 2003; 51(4): 566—584

2 Agnetis A, Hall N G. Supply chain scheduling: sequence coordination. Discrete Applied Mathematics, 2006;54(15): 2044—2063

3 Dawande M, Geismar H N, Hall N G. Supply chain scheduling: distribution systems. Operations Research, 2007;47(5): 511—517

4 Hall N G, Potts C N. The coordination of scheduling and batch deliveries. Annals of Operations Research, 2005;135(1): 41—64

5 Ji M, He Y, Cheng T C E. Batch delivery scheduling with batch delivery cost on a single machine. European Journal of Operational Research, 2007;176(1):745—755

6 Wang G, Cheng T C E. Parallel machine scheduling with batch delivery costs. International Journal of Production Economics, 2005;68(2):177—183

7 Chen Z L. Integrated production and outbound distribution scheduling: review and extensions. Operations Research, 2010;58(1): 130—148

(下转第 8134 页)

387—396

6 Matsumoto N L M. Regularization of inverse problems in reinforced concrete fracture. Journal of Engineering Mechanics, 2008; 134 (10):811—819

7 薛齐文,杨海天. 偶应力反问题参数识别. 工程力学,2008;25(5):17—21

8 Cidade A C. A generalized approach for atomic force microscopy image restoration with Bregman distances as Tikhonov regularization terms. Inverse Problems in Engineering, 2000;8:457—472

9 Hinestroza D, Murio D A. Regularization techniques for nonlinear problems. Computers and Mathematics with Applications, 1999; 37(10): 145—159

10 薛齐文,张 军. 基于同伦技术的偶应力反问题求解. 计算力学学报,2011;2(2):243—247

Solving Inverse Couple Stress Problem *via* Regularization Method

YAO Yu-xin[1], XUE Qi-wen[1,2]

(Civil and Safety Engineering Institute, Dalian Jiaotong University[1], Dalian 116028, P. R. China;

State Key Lab. of Structural Analysis for Industrial Equipment[2], Dalian 116023, P. R. China)

[**Abstract**] Tikhonov's regularization approach has been used to identify parameters for the inverse couple-stress problem based on Bregman distances and weighted Bregman distances in the construction of regularization terms for the Tikhonov's function. The inverse problem is formulated implicitly as an optimization problem with the cost functional of squared residues between calculated and measured quantities. A FE model is given, taking account of inhomogeneity and facilitating to sensitivity analysis for direct and inverse problems. Satisfactory numerical validation is given including a preliminary investigation of effect of noise data on the results and the computational efficiency for different regularization terms. Results show that the proposed method can identify parameters for the inverse couple-stress problem with high computational precision/efficiiency and the ability of anti-noisy data. It could improve computational efficiency for the weighted Bregman distances function as regularization terms.

[**Key words**] Bregman function couple stress inverse problem regularization

(上接第 8130 页)

8 唐国春. 供应链排序的模型和方法. 中国运筹学会第八届学术交流会论文集, 2006: 495—502

Supply Chain Scheduling with Same Jobs Based on Limited Delivery Times

FAN Jing

(School of Science, Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 201209, P. R. China;

(School of Science, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, P. R. China)

[**Abstract**] Several scheduling problems where deliveries are made in batches with each batch delivered to the customer in a single shipment are considered. Various scheduling costs, which are based on the limited delivery times of the jobs, are considered. The objective is to minimize the scheduling cost plus the delivery cost. When the jobs are same, with same processing time and same weight, production costs is decreasing function on the delivery times, but delivery cost is increasing function on the delivery times. Therefore, binary search is used to find the optimal delivery times, and the problem can be solved in polynomial times.

[**Key words**] supply chain scheduling production cost delivery cost binary search