第11卷　第33期　2011年11月
1671—1815(2011)33-8195-05
科　学　技　术　与　工　程
Science Technology and Engineering
Vol. 11　No. 33　Nov. 2011
© 2011　Sci. Tech. Engrg.

计算机技术

量子粒子群算法求解整数规划的方法

杨荣华　刘建华
(福建工程学院计算机与信息科学系,福州 350108)

摘　要　粒子群算法主要用于优化连续性问题。如果用于求解整数规划问题,算法的粒子位置必须解决取整问题;而量子粒子群算法求解整数规划问题具有更高的效率。利用三种取整方法与量子粒子群算法结合,求解非线性整数规划问题,并且与标准粒子群算法求解整数规划问题进行比较。通过对基准函数仿真实验,比较了六种方法求解整数规划问题。实验结果表明,基于随机取整的量子粒子群算法搜索成功率优于其他五种方法,其综合搜索效率更佳。寻找了一种更优的求解整数规划方法。

关键词　量子粒子群　整数规划　随机取整　优化算法
中图法分类号　TP183;　文献识别码　A

优化问题反映了人类实践活动中进步的要求。优化算法是在满足其他各方面的前提条件下,争取获得在可能范围内的最佳效果。粒子群算法现已广泛用于各种优化问题的求解,但常用的标准粒子群算法主要用于连续性问题的优化。本文提出几种粒子群算法求解整数规划问题的方法,通过实验比较表明,基于随机取整的量子粒子群算法来求解非线性的整数规划问题,具更好的算法搜索效率。

1　整数规划问题

整数规划(Integer Programming, IP)是要求决策变量取整数值的优化问题,是组合最优化理论中的一个核心问题。本文研究的整数规划是针对非线性的整数规划,在解决交通调度、任务调度、资金分配、股票分析、网络设计和 VLSI 电路设计等问题中具有重要的应用。

整数规划问题的一般形式为:

$$\min f(x)$$

$$\text{s.t. } g_k(x) \leqslant 0,\ k = 1,2,..,p;$$

式中:$x = [x_1, x_2.., x_n]^{\mathrm{T}}$ 为整数向量。

2　PSO 算法和 QPSO 算法

2.1　PSO 算法

粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)是一类基于群智能的随机优化算法。受鸟类群体行为研究结果的启发,并利用生物学家 Frank Heppner 的生物群体模型,Jame Kennedy 和 Russell Eberhart 于1995年共同提出了 PSO 算法[1],并立刻引起了优化及演化计算领域的学者们的广泛关注。粒子群算法的基本思想是通过群体中个体之间的协作和信息共享来寻找最优解。

粒子群算法将每个个体称为粒子,用 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{iD})$ 来表示在 D 维搜索空间中的一个没有体积和重量的粒子,并在搜索空间中以一定的速度 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iD})$ 飞行。该飞行速度由个体的最好位置 $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iD})$ 和群体的最好位置 p_{gd} 进行动态调整。粒子状态更新操作如下:

$$v_{id} = v_{id} + \varphi_1 c_1 (p_{id} - x_{id}) + \varphi_2 c_2 (p_{gd} - x_{id}) \qquad (1)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \qquad (2)$$

其中,c_1 和 c_2 是[0,1]区间的随机数,学习因子 φ_1

2011年9月1日收到　福建省教育厅科技项目(JK2011035)资助
第一作者简介:杨荣华(1966—),男,硕士,高级讲师,福建柘荣人,研究方向:智能计算、安全技术。

和 φ_2 决定社会群体 p_g 和个体认知 p_i 的相互影响，由此构成了粒子群的基本算法。自 PSO 基本算法提出后，学者们也进行了大量有关提高算法收敛性和多样性的研究。一般来说，对于基于群体的搜索优化方法，适当地控制全局搜索和局部搜索能力对有效地找到最优解起到关键作用。

Shi 和 Eberhart[2] 引进了线性变化的惯性权重参数 w，在时间上动态地调整速度并慢慢地将 PSO 聚焦在局部搜索。

$$v_{id} = wv_{id} + \varphi_1 c_1 (p_{id} - x_{id}) + \varphi_2 c_2 (p_{gd} - x_{id}) \quad (3)$$

在大多数文献中将带惯性权重的 PSO 算法称之为 PSO 算法的标准版本，或简称标准 PSO；w 值为惯性权值，当初始搜索时，可以从较大 $w_{\max}$ 向较小 $w_{\min}$ 线性地减小；通常可以用

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min})\, iter/iter_{\max} \quad (4)$$

式(4)中，$w_{\max}$ 为初始权重，$w_{\min}$ 为最终权重，$iter$ 为当前迭代次数，$iter_{\max}$ 为最大迭代次数。

Clerc[3] 于 1999 年提出了收缩因子参数 k。该方法描述了一种选择 w、φ_1 和 φ_2 值的方法，防止粒子搜索到可行性区域可能的范围之外，以确保算法收敛。

2.2 QPSO 算法

Sun 等人从量子力学的角度，提出一种新的量子粒子群优化(Quantum - behaved Particle Swarm Optimization ,QPSO)算法[4,5]。认为粒子具有量子行为，每一个粒子在搜索空间移动时，存在着一个以 Pbest 为中心的 DELTA 势阱。由于在量子空间中的粒子满足聚集态的性质完全不同，粒子移动时没有确定的轨迹，这使粒子可以在整个可行解空间中进行探索寻找全局最优解，因而 QPSO 算法的全局搜索能力远远优于经典的 PSO 算法。

QPSO 算法中，设种群规模为 M，在进化过程中，粒子以一定概率取加或减，更新每个粒子的位置，并生成新的粒子群体，由公式(5)至式(7)决定。

$$p(i) = apbest(i) + (1 - a)gbest \quad (5)$$

$$mbest = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} pbest(i) \quad (6)$$

若 $u \geqslant 0.5$ 则

$$position(i) = p(i) - b|mbest - position(i)|\ln(1/u);$$

或

$$position(i) = p(i) + b|mbest - position(i)|\ln(1/u) \quad (7)$$

式(7)中 a、u 是(0,1)的随机数，$mbest$ 为 $pbest$ 的平均值，$pbest(i)$ 为第 i 个粒子本身的最优解，$gbest$ 为所有粒子的最优解；b 为迭代进程中的权重系数，计算公式与公式(4)的 w 相同，从初始搜索的初始权重值按搜索次数线性地减少到最大搜索次数的最终权重值。

3 用量子粒子群算法求解整数规划问题

将量子粒子群算法中粒子的位置进行整数规格化，成为解决整数规划的基本方法；不管是线性的整数规划和非线性整数规划，都需要运用这个方法来处理粒子的位置。现有进行粒子位置的整数规格化的方法主要有直接取整法、随机取整法、最终取整法三种方法。

3.1 直接取整法

利用量子粒子群算法需要计算各粒子相应的位置；当粒子到下一位置后，立即将各粒子的位置参数值取整，计算其适应值，并提取本粒子最优位置 $pbest(i)$、全部粒子中间位置 $mbest$ 和全局粒子最优位置 $gbest$，接着计算下一个位置，进入下一次取整，直到满足计算要求。

3.2 随机取整法

文献[6]研究用随机取整的混和粒子群算法解决混和整数非线性规划问题。运用该取整方法进行量子粒子群算法的搜索，当粒子位置参数的小数值 $p \in (0,1)$ 小于等于随机数 $q \in (0,1)$ 时，粒子位置参数舍去小数取整；当粒子位置参数的小数值 p 大于随机数 q 时，粒子位置参数的小数进位为整数，其它数据处理的流程与直接取整方式类似。

对于以上两种取整方法运用到量子粒子群算法求解整数规划问题，其算法步骤基本一样，其主要步骤如下：

第一步，初始化各粒子的位置和初速度，以及其它初始值。

第二步,将各粒子的位置规格化为整数(采用直接取整法或随机取整法)。

第三步,计算各粒子的适应值(目标函数值)。

第四步,比较粒子适应值(目标函数值),计算各粒子的历史以来最佳位置和所有粒子历史以来的最佳位置。

第五步,如果计算结果已经达到计算要求,就停止计算;否则,进入下一步。

第六步,用公式(5)、式(6)、式(7)计算各粒子的下一次位置的参数值,转至第二步。

3.3 最终取整法

本文提出一种最终取整法的方法,用于量子粒子群算法计算非线性的整数规划的粒子位置取整。该方法是利用目标函数计算适应值时,将目标函数中粒子位置临时按四舍五入为整数计算,不改变原粒子位置值,只在计算最后结果完成时进行最佳粒子的位置规范化取整,作为最后计算结果。其主要步骤如下:

第一步,初始化各粒子的位置和初速度,以及其它初始值。

第二步,保持粒子位置参数值不改变,计算各粒子的适应值(目标函数值)时粒子位置参数值临时按四舍五入取整计算。

第三步,比较粒子适应值(目标函数值),计算各粒子的历史以来最佳位置和所有粒子历史以来的最佳位置。

第四步,如果计算结果已经达到计算要求,就进入第六步;否则,进入下一步。

第五步,用公式(5)、式(6)、式(7)计算各粒子的下一次位置的参数值,转至第二步。

第六步,粒子位置参数值按四舍五入取整,计算结束。

4 实验分析

4.1 实验的基准函数

由于许多基准测试函数的搜索范围小,函数峰值少;为了完成整数规划的求解问题,需要挑选多峰的整数范围大的基准函数,考验程序对应复杂函数的能力,比较判断其的搜索成功率和平均迭代次数(成功搜索)。

通过比较,选择适合实验的基准函数 Generalized Schwefel's Problem 2.26 函数(记为 F_1)、Schaffer 函数(记为 F_2)和较简单多项式函数(记为 F_3)作为测试函数。

F_1 函数描述为:$\min F(x) = -\sum x_i \sin\sqrt{|x_i|}$,$x_i \in Z$,其中 Z 为整数空间,$-500 \leqslant x_i \leqslant 500$,最优解 $x_i = 421$,维度为 2 时最优适应值为 -837.9655。

F_2 函数描述为:$\min F(x) = 0.5 + \dfrac{(\sin\sqrt{x_1^2+x_2^2})^2 - 0.5}{(1+0.001\times(x_1^2+x_2^2))^2}$,$x_{1,2} \in Z$,其中 Z 为整数空间,$-100 \leqslant x_{1,2} \leqslant 100$,最优解为($x_1 = 0, x_2 = 0$),最优适应值为 0。此函数为不可分离的多峰函数,此函数带有一定的欺骗性,因为全局最优与最好的局部最优相距很远,因此搜索算法往往朝着错误的方向进行收敛。

F_3 函数为多项式 $\min F(x) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_2^2 + x_1 - 7)^2$,$x_{1,2} \in Z$,其中 Z 为整数空间,$-100 \leqslant x_{1,2} \leqslant 100$,最优解为($x_1 = 3, x_2 = 2$),最优适应值为 0。实验选择函数维度为 2,每次群按 100 粒子计算,最多迭代不超 100 次。

4.2 实验方法与结果

实验时,采用三种取整方法分别与量子粒子群算法结合来计算三个基准函数问题,同样也将三种取整方法分别与标准粒子群算法结合,计算同样的三个基准函数问题。共有六种方法,相互比较,寻找一种最优方法。

首先,选择 PSO 的权重 w 参数值,文献[5]使用单峰函数较多情况下选择 $w \in [1.0, 0.4]$,表 1 是标准粒子群算法与三种取整方法结合计算的结果,在不同权重的情况计算各种方法的搜索成功率和平均迭代次数。如表 1 所示,如果权重 w 值选择取值范围为[0.8, 0.4],则算法较适合于多峰函数的搜索运算;

由于搜索成功率指标重要程度大于平均迭代

次数,从表1的数据可见,随机取整的标准粒子群算法较另两种取整方法的标准粒子算法求解整数规划要略好。

表1 三种测试函数的标准粒子群算法搜索结果比较表

标准粒子群算法:搜索成功率/平均迭代次数				
w	[1.0,0.5]	[0.9,0.4]	[0.8,0.4]	[0.8,0.3]
直接取整法 F_1	0.166/57	0.678/60	0.965/42	0.966/42
随机取整法 F_1	0.152/58	0.668/61	0.965/42	0.968/42
最终取整法 F_1	0.150/59	0.695/61	0.966/42	0.964/41
直接取整法 F_2	0.262/38	0.775/43	0.999/27	0.999/27
随机取整法 F_2	0.272/37	0.777/42	0.999/27	0.999/27
最终取整法 F_2	0.274/37	0.794/42	1.0/28	1.0/27
直接取整法 F_3	0.153/48	0.628/52	0.998/33	0.998/32
随机取整法 F_3	0.149/46	0.627/53	0.999/33	0.999/33
最终取整法 F_3	0.147/45	0.634/52	0.999/33	0.999/33

对于QPSO算法的b参数值进行计算搜索,文献[5]使用单峰函数较多情况下选择[1.2,0.4],表2是量子粒子群算法与三种取整方法结合计算同样问题的结果,是在最参数b取不同值时计算各自的结果。如表2所示,可以发现参数b的最佳范围是[0.8,0.4]。同样从表2可以发现,基于随机取整的QPSO求解整数规划在搜索效率比其他两种方法略占优势。

表2 三种测试函数的量子粒子群算法搜索结果比较表

量子粒子群算法:搜索成功率/平均迭代次数				
B	[1.2,0.4]	[1.0,0.4]	[0.8,0.4]	[0.8,0.3]
直接取整法 F_1	0.855/60	0.947/50	0.973/40	0.972/41
随机取整法 F_1	0.859/59	0.953/49	0.972/40	0.975/40
最终取整法 F_1	0.862/59	0.944/49	0.971/40	0.972/41
直接取整法 F_2	1.0/16.9	1.0/14.1	0.999/12	0.999/12
随机取整法 F_2	1.0/16.7	1.0/14.0	1.0/11.8	1.0/11.7
最终取整法 F_2	1.0/16.9	1.0/14.1	0.999/12	0.999/12
直接取整法 F_3	1.0/8.3	1.0/6.7	1.0/5.6	0.999/5
随机取整法 F_3	1.0/8.4	1.0/6.7	1.0/5.6	1.0/5.6
最终取整法 F_3	1.0/8.3	1.0/6.7	0.999/6	0.999/6

把上面两个表的最优实验结果拿出来对比,即表1的$w \in [0.8,0.4]$基于最终取整的PSO算法与表2的$b \in [0.8,0.4]$基于随机取整的QPSO算法结果对比,其结果如表3所示。从表3数据可见,随机取整量子粒子算法的全局搜索能力更强,搜索收敛更加快,是各种求解整数规划问题的方法中最优一种。

表3 量子粒子群算法与粒子群算法搜索结果比较表

	随机取整的量子粒子群算法	最终取整的标准粒子群算法
	$b \in [0.8,0.4]$	$w \in [0.8,0.4]$
F_1	0.972/40	0.966/42
F_2	1.0/11.8	1.0/28
F_3	1.0/5.6	0.999/33

5 总结

随机取整的量子粒子群算法是解决整数规划问题的各种方法之一;本文通过三种取整方法与标准粒子群算法和量子粒子群算法的交叉实验,在三个基准函数上进行运算搜索。本文通过实验表明,随机取整的量子粒子群算法的搜索效率优于其它方法,是一种求解整数规划问题的较优方法,本文的结论有助于指导粒子群算法来求解整数规划问题。

参 考 文 献

1 Kennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: 1995:1942—1948

2 Shi Y, Eherhart R C. A modified particle swarm optimization. Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Anchorage, 1998:69—73

3 Clerc M. The swarm and the queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization. Proceedings of the Congress of Evolutionary Computation, Washington, 1999: 1951—1957

4 Sun Jun, Xu Fengbin, Xu Wenbo. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior. Proc of Congress on Evolutionary Computation, USA, 2004:325—331

5 刘 静,须文波,孙 俊.基于量子粒子群算法求解整数规划.计算机应用研究,2007;24(3):79—81

6 贺益君,陈德钊.适于混合整数非线性规划的混合粒子群优化算法.浙江大学学报(工学版),2008;42(5):747—751

(下转第8202页)

8 李茶玲,孙德保.遗传算法在系统辨识中的应用.华中理工大学学报,1998;26(7):57—58
9 王立志,付婧娇,孙海蓉.基于遗传算法的过程辨识方法实现与应用.华北电力大学学报,2005;32(5):39—42
10 李红星,顾 宏.采用遗传算法辨识系统参数.中国智能自动化学术会议暨专业智能自动化专业委员会成立大会论文集,天津,1995:1105—1108
11 潘立登,潘仰东.系统辨识与建模.化学工业出版社,2004

System Parameter Identification Based on Improved Genetic Algorithm

SUN Lei, CHEN Shao-wei, WU Jin-lu
(School of Electronic&Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, P. R. China)

[**Abstract**] Traditional genetic algorithms have convergence speed and premature easily in solving specific optimization problems, in case of system parameters identification, an improved genetic algorithm is presented. By selecting reasonable replication strategy, and improving the fitness function calculation, overcomes the prematurity, the diversity of the population is ensured, avoid slow convergence which is resulted by the close fitness value in the later time. The parameters of typical second-order system transfer function by the algorithm are solved. In the case of larger SNR, the estimation is obtained to be almost no bias. Experimental results show the effectiveness of the method.

[**Key words**] frequency response data genetic algorithm parameter estimation system identification

(上接第 8198 页)

Solving Integer Programming Based on Quantum Particle Swarm Optimization

YANG Rong-hua, LIU Jian-hua
(Department of Computer and Information Science, Fujian University of Technology, Fuzhou 350108, P. R. China)

[**Abstract**] The standard Particle Swarm Optimization mainly be used to optimize continuous problem. If using to solve integer programming, the position of particle must be rounded. However, it is more efficient for Quantum Particle Swarm Optimization (QPSO) to solve integer programming. Three kinds of rounding location of particle for QPSO are used to optimize the integer programming, and compared to the standard PSO with the same three kinds of rounding location of particle. By the simulation on benchmark functions, six kind of solving integer programming are compared with. The results of experiment show that the QPSO based on random rounding outperforms the other ways and its' searching efficiency is higher than that of the other ways, so a better method of solving integers programming is found.

[**Key words**] QPSO integer programming random rounding optimization algorithm