

基于星敏感器双矢量观测信息的 卫星姿态确定算法研究

王志刚 邓逸凡

(西北工业大学,西安 710072)

摘要 针对三轴稳定卫星,研究基于星敏感器双矢量观测信息的卫星高精度姿态确定算法。建立了姿态运动学模型、敏感器测量模型、QUEST 算法模型和扩展卡尔曼滤波(EKF)模型。对比分析了 QUEST 算法以及星敏感器与陀螺组合的扩展卡尔曼滤波(EKF)算法的定姿精度。通过数学仿真,表明基于星敏感器和陀螺的扩展卡尔曼滤波组合姿态确定算法具有更高的定姿精度。

关键词 星敏感器 姿态确定 QUEST 扩展卡尔曼滤波

中图法分类号 V448.222.2; **文献标志码** A

随着科学技术的发展,人类利用太空的任务需求对卫星姿态确定精度提出了更高的要求。星敏感器是姿态敏感器中精度最高的,且视场不受限制,不受轨道影响;但其提供的测量信号实时性不强。陀螺仪作为惯性测量元件在各种飞行器的惯性制导及姿态控制系统中应用最为广泛,有着自主性强、不受轨道影响、有限时间内精度高、实时性好的优点,但陀螺有漂移误差且随时间积累。可见选用星敏感器与陀螺组合进行姿态确定,取长补短,可实现高精度姿态确定^[1,2]。

本文针对使用星敏感器获得双矢量观测信息的航天器姿态确定系统,对比研究了 QUEST 确定性算法以及星敏感器与陀螺组合的 EKF 算法^[2-4],并进行了数学仿真,以寻求高精度的定姿方法。

1 坐标系及四元数姿态运动方程

定义地心惯性坐标系 $O_I X_I Y_I Z_I$,原点为地心, X_I 轴指向春分点, Z_I 轴指向北极, Y_I 轴在赤道面内,与

X_I 轴、 Z_I 轴构成右手直角坐标系。航天器体坐标系 $O_b X_b Y_b Z_b$,原点为航天器质心,三条坐标轴与固定于航天器上的陀螺敏感轴平行。

惯性坐标系按 $Z \rightarrow X \rightarrow Y$ 转动欧拉角 ψ, θ, φ 得到体坐标系,对应姿态四元数为 $q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 。航天器相对于参考坐标系的转动角速度在体坐标系中表示为 $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$,其四元数形式为 $\dot{q} = [0 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$,则有四元数运动学方程

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \otimes \omega \quad (1)$$

当配备有陀螺仪时,角速度可由陀螺测量得到;当无陀螺仪时,角速度由动力学方程传递,即

$$\dot{\omega} = J^{-1} (N - \omega \times J \omega) \quad (2)$$

式(2)中 J 为航天器惯量张量, N 为航天器所受合外力矩,式中所有量皆为在体坐标系下的表示。

2 航天器姿态信息的测量

假设星敏感器安装方向使星敏感器坐标系与航天器体坐标系重合。星敏感器测量模型可采用以下形式

$$r_b = A(q) r_0 + \Delta r_s \quad (3)$$

2011年8月31日收到

第一作者简介:王志刚(1968—),陕西渭南人,教授,博士,研究方向:航天器动力学与控制、飞行器设计、对地观测技术与应用等。

式(3)中, r_b 为恒星在星体坐标系中的单位方向矢量, r_0 为恒星在惯性坐标系中的单位方向矢量, A (q) 为姿态矩阵, Δr_s 为星敏感器测量误差, 近似为高斯白噪声。

由之前体坐标系的定义, 陀螺固连于航天器且体坐标系三轴与陀螺敏感轴平行。陀螺测量模型可采用以下形式

$$\begin{aligned}\omega_g &= \omega + b + d + n_g; \\ \dot{b} &= 0, \\ \dot{d} &= -D_\tau d + n_d\end{aligned}\quad (4)$$

式(4)中, ω_g 为角速度的陀螺测量值, ω 为角速度真实值, b 为陀螺常值漂移, d 为陀螺相关漂移, 描述为一阶马尔可夫过程, D_τ 为相关时间常数对角矩阵, n_g 为陀螺测量噪声, n_d 为相关漂移噪声, 两者皆近似为高斯白噪声。

3 星敏感器 QUEST 算法

本文中使用两个相同的星敏感器获得所需矢量观测。由星敏感器测量模型式(3), 星光在参考坐标系内单位方向分别为 r_1, r_2 , 其在体坐标系内测得的单位方向分别为 r_{b1}, r_{b2} 。基于 Wahba 提出的将姿态确定问题描述为求解最小二乘意义下的最优正交姿态矩阵问题, 即求使损失函数 $L(C_{bi}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \alpha_k |s_{bk} - C_{bi} s_{ik}|^2$ 达到最小的最优正交姿态矩阵(其中 α_k 为加权系数)。

令

$$\begin{aligned}B &= \sum_{k=1}^n \alpha_k s_{bk} s_{ik}^T, \\ Z &= \sum_{k=1}^n \alpha_k (s_{bk} s_{ik}), \\ K &= \begin{bmatrix} B + B^T - (trB)I_{3 \times 3} & Z \\ Z^T & trB \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (5)$$

则最优姿态四元数为 K 矩阵的最大特征值所对应的特征向量^[3]。

4 星敏感器与陀螺组合的 EKF 算法

将运动学方程式(1)线性化, 采用 Lefferts 等人

提出的体固连协方差表示法: 四元数偏差量表示为估计四元数旋转到真实四元数的增量四元数, 其标部接近于 1, 所有所需姿态信息包含于矢部三个量中^[2]。

定义增量四元数为

$$\delta q = \hat{q}^{-1} \otimes q \quad (6)$$

微分得

$$\delta \dot{q} = \frac{1}{2} \delta q \otimes \hat{\omega} - \frac{1}{2} \hat{\omega} \otimes \delta q + \frac{1}{2} \delta q \otimes \Delta \omega \quad (7)$$

令

$$\Delta \omega = \omega - \hat{\omega} \quad (8)$$

整理为分部表达式并忽视二阶小量得

$$\begin{cases} \delta \dot{q}_0 = 0 \\ \delta \dot{\bar{q}} = -\omega \times \delta \bar{q} - \frac{1}{2} \Delta b - \frac{1}{2} \Delta d - \frac{1}{2} n_g \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中 $\bar{q}$ 为四元数矢部。

于是定义九维偏差状态向量及协方差矩阵 $\Delta X = [\delta \bar{q}^T \quad \Delta b^T \quad \Delta d^T]^T$, 滤波状态方程为

$$\Delta \dot{X}(t) = F(t) \Delta X(t) + G(t) w(t);$$

$$\begin{aligned}F(t) &= \begin{bmatrix} -\hat{\omega} \times & -\frac{1}{2} I_{3 \times 3} & -\frac{1}{2} I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -D_\tau \end{bmatrix}; \\ G(t) &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}; W(t) = \begin{bmatrix} n_g \\ n_d \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)中 $\hat{\omega} \times$ 为 $\hat{\omega}$ 叉乘的反对称阵。

继而对其进行离散化, 得到离散的状态方程

$$\begin{aligned}\Delta X_k &= \Phi_{k/k-1} \Delta X_{k-1} + W_{k-1}; \\ \Phi_{k/k-1} &\approx I + F(t_{k-1}) \cdot \Delta T\end{aligned}\quad (11)$$

W_{k-1} 对应的等效系统噪声方差阵为

$$Q_{k/k-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_g^2}{4} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_d^2 I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

选取两个星敏感器三维测量值为观测量 $Z =$

$[r_{b1}^T \quad r_{b2}^T]^T$, 则有

$$Z = \begin{bmatrix} A(\hat{q})r_1 \\ A(\hat{q})r_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_s \end{bmatrix} \tag{13}$$

线性化得

$$\begin{aligned} \Delta Z(t) &= H(t)\Delta X(t) + V(t); \\ H(t) &= \begin{bmatrix} 2[A(\hat{q})r_1] \times & 0_{3 \times 3} \\ 2[A(\hat{q})r_2] \times & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}; \\ V(t) &= \begin{bmatrix} n_s \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

离散化得

$$\begin{aligned} \delta Z_k &= H_k \delta X_k + V_k; \\ H_k &= H(t_k); \\ V_k &= \begin{bmatrix} \sigma_s^2 I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_s^2 I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{15}$$

根据以上状态方程与观测方程,依 EKF 进行滤波^[5],状态更新为

$$\begin{cases} \hat{q}_k = \hat{q}_{k/k-1} \otimes \delta \hat{q}_k \\ \hat{b}_k = \hat{b}_{k/k-1} + \Delta \hat{b}_k \\ \hat{d}_k = \hat{d}_{k/k-1} + \Delta \hat{d}_k \end{cases} \tag{16}$$

5 仿真及分析

选取如下参数与初始条件进行姿态确定算法的仿真验证:

星敏感器测量噪声标准差 $\sigma_s = 1''$,两个星敏感器光轴分别沿卫星体轴 X 轴和 Y 轴;陀螺仪测量白噪声标准差 $\sigma_g = 0.1^\circ/\text{s}$,常值漂移 $b = 5^\circ/\text{h}$,相关漂移斜率白噪声标准差 $\sigma_d = 0.01^\circ/\text{h}$,相关时间常数矩阵 $D_\tau = 1/3\ 600 I_{3 \times 3} \text{ s}^{-1}$ 。

星敏感器与陀螺组合滤波时,偏差协方差阵初始值 $P_0 = \text{diag}[1\ 1\ 1\ 10^{-8}\ 10^{-8}\ 10^{-8}\ 10^{-10}\ 10^{-10}\ 10^{-10}]$ 。

基于上述仿真条件及初始参数,应用 VC6.0 进行了星敏感器 QUEST、星敏感器与陀螺组合的扩展卡尔曼滤波姿态确定算法的数值仿真,滤波步长为 1 s,总时间为 2 000 s。仿真结果见图 1~图 3。

仿真结果如下:

(1) QUEST 算法的姿态角估计误差标准差约

为 $[1.00\ 1.00\ 0.70]''$;

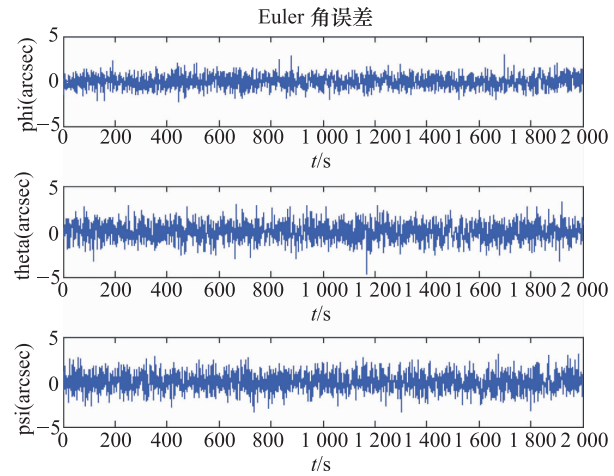


图 1 QUEST 算法姿态角估计误差

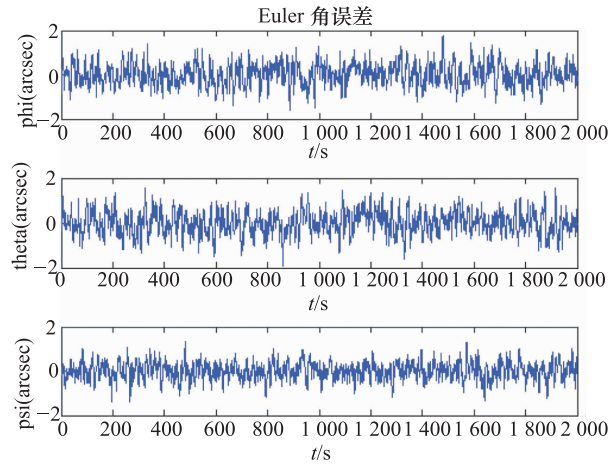


图 2 组合滤波姿态角估计误差

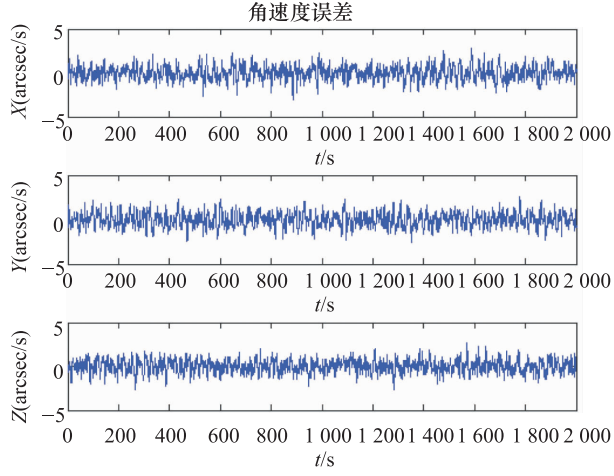


图 3 组合滤波姿态角速度估计误差

(2) 星敏感器与陀螺组合的滤波算法的姿态角估计误差标准差约为 $[0.50 \quad 0.50 \quad 0.38]^\circ$,姿态角速度估计误差标准差为 $[0.131 \quad 0.132 \quad 0.126]^\circ/\text{s}$ 。

通过仿真结果的比较,分析如下:

(1) 基于双矢量测量信息,QUEST 算法沿星敏感器光轴方向的定姿精度与传感器测量精度相当,沿垂直于光轴所在平面的方向(下称垂直轴)的定姿精度稍高(误差减小约 30%),这是由于双矢量所包含的姿态信息在绕垂直轴方向更多所致;星敏感器与陀螺组合的扩展卡尔曼滤波算法同样存在定姿精度沿垂直轴方向比沿星敏感器光轴方向更高,但定姿整体精度较 QUEST 算法提升约一倍。

(2) 就滤波性能而言,星敏感器与陀螺组合的滤波算法能在数步内收敛至稳定值,估计量初始值的选取对姿态估计精度的影响较小。

(3) 星敏感器与陀螺组合的滤波算法可对陀螺漂移进行估计,估计精度与陀螺测量精度相当。

6 结论

本文针对使用星敏感器获得双矢量观测的三

轴稳定卫星姿态确定系统,研究了基于星敏感器与陀螺组合的扩展卡尔曼滤波姿态确定算法,用星敏感器修正陀螺的漂移偏差,得到姿态与陀螺漂移的估计;研究了 QUEST 姿态确定算法,由星敏感器获得矢量观测,由 QUEST 确定性算法求解姿态信息;并对两种方法进行分析比较。

通过对上述三种姿态确定算法进行的数值仿真,得到如下的结论:基于星敏感器获得矢量观测进行姿态确定时,采用星敏感器与陀螺组合的扩展卡尔曼滤波姿态确定,比确定性算法定姿精度更高,且具有良好的滤波收敛速度与稳定性。

参 考 文 献

- 1 黄圳圭. 航天器姿态动力学. 长沙:国防工业出版社,1997
- 2 Lefferts E J, Markley F L, Shuster M D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1982;5(5):417—429
- 3 林玉荣,邓正隆. 基于矢量观测确定飞行器姿态的算法综述. 哈尔滨工业大学学报,2003;01(35):38—45
- 4 Marques S, Clements R, Lima P. Comparison of small satellite attitude determination methods. AIAA. 2000. 3948
- 5 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理. 西安:西北工业大学出版社,1998

Study of Satellite Attitude Determination Algorithm Based on Two-vector Observation of Star Sensor

WANG Zhi-gang, DENG Yi-fan

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P. R. China)

[Abstract] Presented and probed into algorithms from two vector observation based on star sensor, QUEST algorithm and algorithms using Extended Kalman Filter(EKF) with gyros measurements, were derived respectively. And higher accuracy of filtering algorithm using star sensor and gyros comparing with the QUEST algorithms through simulation test is validated.

[Key words] star sensor attitude determination QUEST extended kalman filter(EKF)