

仪表技术

折叠式 MEMS 弹簧弹性系数研究与有限元分析

吴鹏飞 张国俊 戴丽萍 钟志亲 王姝娅

(电子科技大学, 电子薄膜与集成器件国家重点实验室, 成都 610054)

摘要 用卡氏第二定律和胡克定律推导出折叠式 MEMS 弹簧弹性系数的计算公式。ANSYS 的仿真结果表明两者的相对误差低于 1%。在计算公式和仿真的基础上, 研究了各种结构参数对弹性系数的影响规律。最后对设计的弹簧质量块系统分别进行了模态分析和谐波响应分析。分析结果和理论一致。研究结果为其他结构的 MEMS 弹簧的分析和设计提供了一定的借鉴。

关键词 微机电系统(Micro Mechanit Electronic System, MEMS) 折叠弹簧 弹性系数 有限元分析

中图法分类号 TH703.1; **文献标志码** A

微机电系统(MEMS)近年来得到了快速发展, 各种 MEMS 器件涌现出来且尺寸越来越走向微型化^[1]。微弹簧是很多 MEMS 器件的重要组成部分, 在微加速度计、微陀螺仪和微驱动器中发挥着重要作用, 微弹簧的性能往往直接决定了器件能否正常工作^[2]。微弹簧的弹性系数多是通过有限元软件仿真计算或通过实验测得, 给设计和加工都带来了不便^[3—6], 所以需要有微弹簧的成熟理论计算公式。

本文运用能量法中的卡氏第二定律^[7]推导出折叠式弹簧的弹性系数计算公式, 并用 ANSYS 对其弹簧系数进行仿真计算, 仿真值和公式计算值符合的很好, 之后又研究了结构参数对弹性系数的影响规律, 最后对设计的弹簧质量块系统分别进行了模态分析和谐波响应分析。

1 弹性系数公式的计算

折叠弹簧由 n 节结构相同且对称的基本单元组成, 其中一节折叠弹簧的平面几何结构如图 1 所示,

将这节弹簧的上端截面固定、下端施加竖直向下的力 F 。其中, L 为折叠弹簧梁的长度, b 为折叠弹簧梁的宽度, h 为折叠弹簧的厚度, a 为折叠弹簧支撑部分的长度, t 和 w 分别为折叠弹簧连接处的长度和宽度。

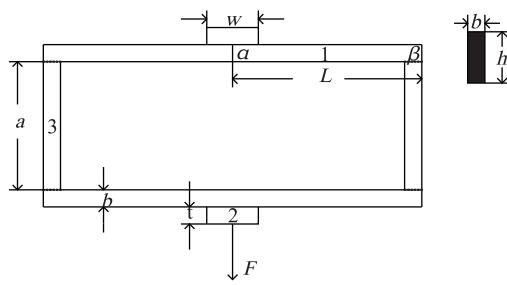


图 1 折叠弹簧的结构形式和参数

首先分析 1 部分的变形量, 将截面 α 固定, 截面 β 受到竖直向下的力 P , M_β 是截面 β 所受到的弯矩, 建立如图 2 所示的受力模型。由结构对称和平衡条件容易得到截面 β 所受到的力 $P = F/2$, 由剪切力引起的变形很小可忽略不计, 只考虑弯矩引起的变形。

在弹簧的线性范围内, 分析各个截面所受的弯矩:

$$M(x) = M_\beta - \frac{1}{2}Fx \quad (0 \leq x \leq L) \quad (1)$$

由于折叠弹簧是封闭的, 其为超静定结构, 所以要加多余约束才能求出全部未知的量。不考虑

2011 年 7 月 4 日收到

第一作者简介: 吴鹏飞(1987—), 男, 安徽省庐江县人, 硕士研究生。研究方向: MEMS 加速度计。E-mail: afeizhengzhan@126.com。

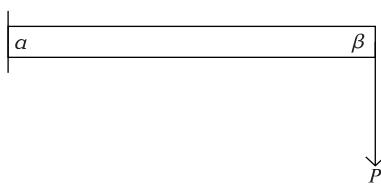


图 2 弹簧梁受力示意图

弹簧的扭转,即截面 β 的转角 θ 为零,根据卡氏第二定律有:

$$\theta = \frac{1}{EI} \int_0^L M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial M_\beta} dx = 0 \quad (0 \leq x \leq L) \quad (2)$$

式(2)中, $\frac{\partial M(x)}{\partial M_\beta} = 1$, E 为材料的弹性模量, $I = \frac{b^3 h}{12}$ 为截面 β 的惯性矩。

$$\text{解式(2)得 } M_\beta = \frac{1}{4} FL \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)得到:

$$M(x) = \frac{1}{4} FL - \frac{1}{2} Fx \quad (4)$$

再根据卡氏第二定律,1 部分的变形量为:

$$\delta_1 = \frac{1}{EI} \int_0^L M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial F} dx \quad (5)$$

$$\text{解式(5)得 } \delta_1 = \frac{FL^3}{48EI} = \frac{FL^3}{4Eb^3h} \quad (6)$$

连接处 2 部分受到轴向拉伸力的作用,其变形量 $\delta_2 = \frac{Ft}{Ewh}$, 3 部分也只考虑轴向拉伸的变形,其

$$\text{变形量 } \delta_3 = \frac{Fa}{2Ebh}.$$

所以 n 节折叠弹簧的总变形量为:

$$\delta_{\text{总}} = n(4\delta_1 + \delta_2 + \delta_3) = \frac{nF(2L^3w + 2tb^3 + ab^2w)}{2Eb^3hw} \quad (7)$$

根据胡克定律, n 节折叠弹簧的弹性系数为:

$$K = \frac{F}{\delta_{\text{总}}} = \frac{2Eb^3hw}{n(2L^3w + 2tb^3 + ab^2w)} \quad (8)$$

2 ANSYS 仿真验证

为了验证推导公式的正确性,利用有限元仿真软件 ANSYS10.0 对折叠弹簧进行仿真计算。弹簧

材料选用镍,弹性模量 (EX) $E = 1.8 \times 10^5$ MPa, 泊松比 (PRXY) $\varepsilon = 0.3$ 。弹簧的结构参数为: $L = 140 \mu\text{m}$, $b = 10 \mu\text{m}$, $h = 10 \mu\text{m}$, $w = 20 \mu\text{m}$, $t = 20 \mu\text{m}$, $a = 30 \mu\text{m}$, $n = 5$ 。将上述参数代入公式(8)计算得到弹簧的弹性系数为 $K = 131.0759 \text{ N/m}$ 。

按照上述参数在 ANSYS 中建立模型,由于弹簧的尺寸在毫米量级,所以长度的单位选为微米 (μm),质量的单位为千克 (kg),时间的单位为秒 (s),其它单位是它们的组成单位。单元类型选为 PLANE82 和 SOLID95, 网格划分长度定为“2”, 分析类型为静态分析 (static)。将第一节弹簧连接处的横截面施加全约束 (ALL DOF), 在下端面施加 $2 \mu\text{N}/\mu\text{m}^2$ 的压强,由于连接处的横截面积为 $200 \mu\text{m}^2$, 所以等效为在下端面均匀施加 $400 \mu\text{N}$ 的力, 仿真结果如图 3 所示。

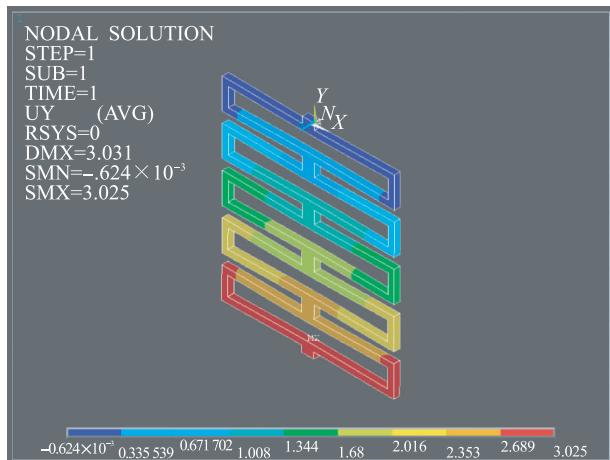


图 3 ANSYS 的仿真结果

由图 3 可以看到, 折叠弹簧在 $400 \mu\text{N}$ 力的作用下位移为 $3.025 \mu\text{m}$, 在弹簧的线性范围内, 根据胡克定律可得到弹簧的弹性系数为 $K = 132.2314 \text{ N/m}$ 。比较仿真值和理论值, 其相对误差为 0.873829% , 两者相当吻合, 验证了推导的公式是正确的。

3 结构参数对弹性系数的影响

弹簧结构中的 2 和 3 部分近乎刚性对弹性系数的影响很小,在此保持 $a = 30 \mu\text{m}$ 、 $w = 20 \mu\text{m}$ 和 $t = 20 \mu\text{m}$ 不变, 分别改变弹簧节数 n 、梁宽 b 、厚度 h 和

梁长 L 。利用 ANSYS10.0 对弹簧竖直方向的受力进行有限元仿真, 得到弹性系数随结构参数改变的规律。同时, 利用公式(8)分别计算这 4 组结构参

数下微弹簧的弹性系数, 并与仿真的结果进行比较, 结果如图所示。

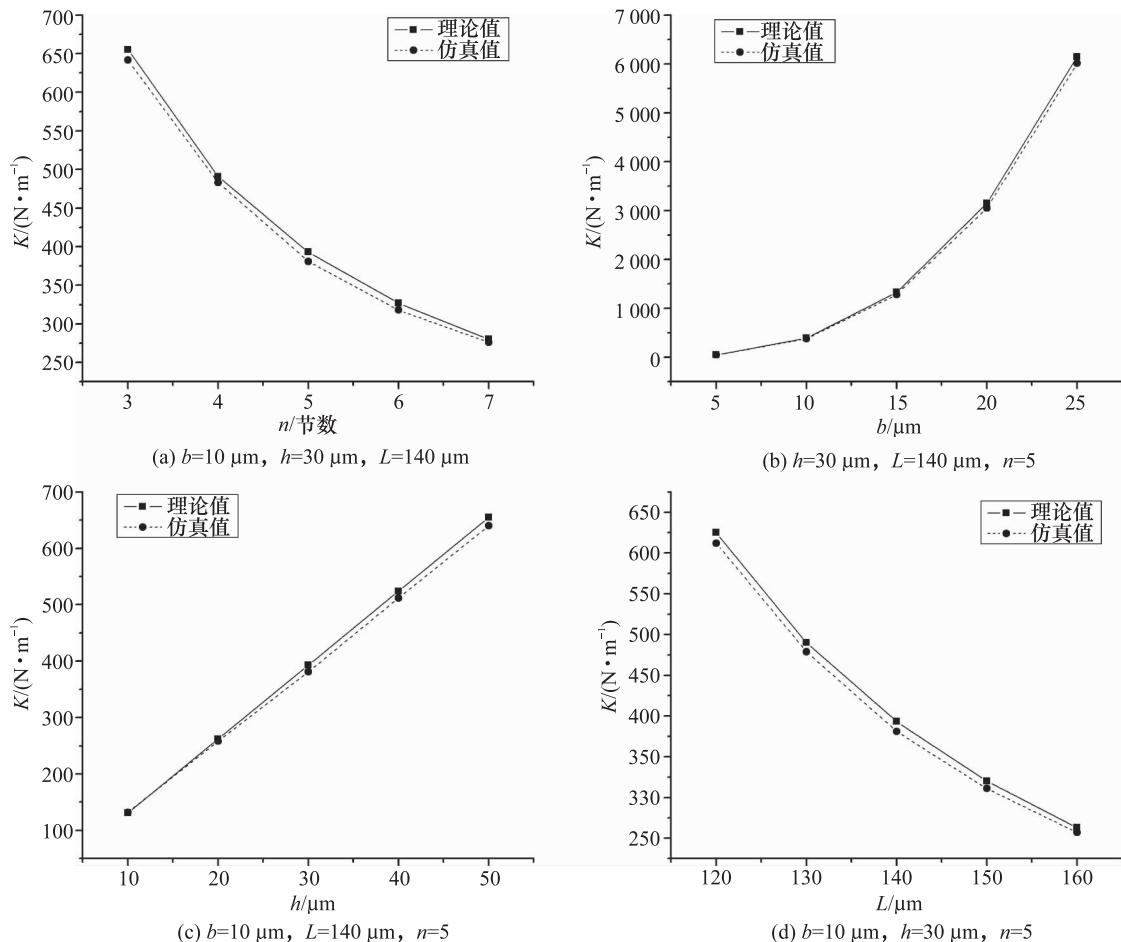


图 4 弹簧弹性系数随结构参数的变化关系

由图 4 可以看出, 在其它结构参数保持不变的情况下, 弹簧的弹性系数 K 随节数 n 和梁长 L 的增大而减小, 随梁宽 b 和厚度 h 的增大而增大。其中梁宽 b 对弹性系数 K 的影响最大, b 的稍微变动都将引起 K 的很大变化, 而节数 n 、梁长 L 和厚度 h 的影响较小。

4 模态分析和谐波响应分析

许多 MEMS 结构都可以简化为单自由度的弹簧质量块系统, 在此设计一种简单的弹簧质量块系统, 质量块两端分别与一节折叠弹簧连接, 如图 5 所

示。弹簧结构参数取为 $L = 140 \mu m, b = 10 \mu m, h = 10 \mu m, w = 20 \mu m, t = 20 \mu m, a = 30 \mu m$, 质量块的长、宽和厚度分别为 $60 \mu m, 50 \mu m$ 和 $10 \mu m$, 密度取为 $8.9 \times 10^{-15} kg/\mu m^3$, 即质量就是 $2.67 \times 10^{-10} kg$ 。

通过模态分析可以确定弹簧质量块系统的固有频率, 在 ANSYS 中按上述参数建立模型进行模态分析, 仿真结果如图 6 所示, 可以看到系统的工作模态固有频率为 $0.340\ 643 \times 10^6 Hz$ 。在模态分析中, 忽略了阻尼的影响, 一般在设计时需要将系统的阻尼比控制在 0.7 左右, 可以得到比较大的工作带宽^[8]。

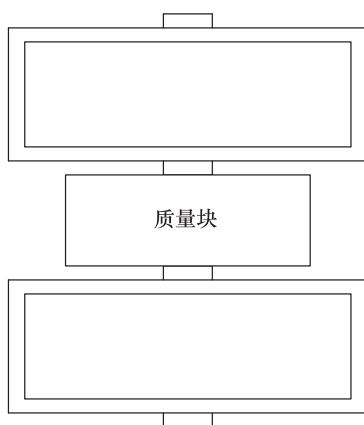


图 5 弹簧质量块系统

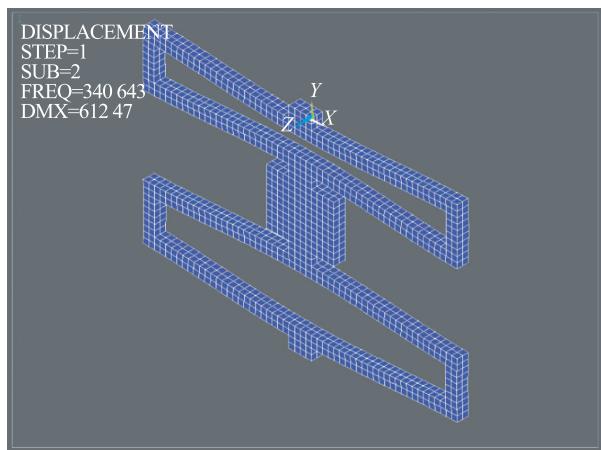


图 6 ANSYS 的模态仿真结果

弹簧质量块系统的固有频率 f 为^[9]:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (9)$$

式(9)中, $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ 为系统固有角频率, K 为弹簧的弹性系数, m 为质量块的质量。

质量块和两个折叠弹簧连接, 所以弹性系数要加倍, 将 $K = 1.310.759 \text{ N/m}$ 和 $m = 2.67 \times 10^{-10} \text{ kg}$ 的值代入公式(9), 计算得到系统的固有频率 $f = 0.352.635 \times 10^6 \text{ Hz}$, 与模态分析的结果基本一致。

再对系统进行谐波响应分析, 对质量块施加 Y 方向的 10 g 加速度, 采用完全法(Full Method), 频率范围取为 $(0-10^6) \text{ Hz}$, 仿真结果如图 7 所示, 从图中可以看到频率 $f = 0.35 \times 10^6 \text{ Hz}$ 左右系统发生共振, 与前面模态分析和公式计算结果保持一致。

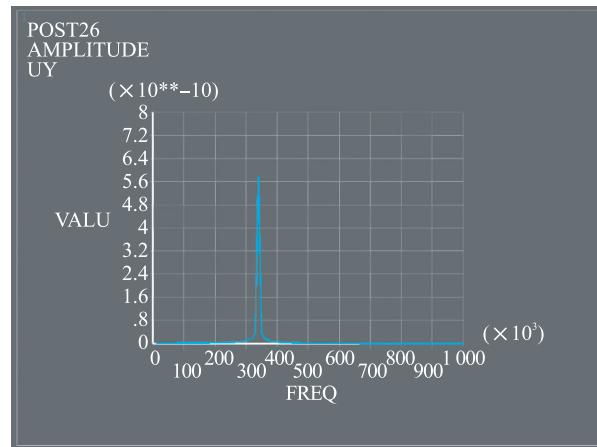


图 7 ANSYS 的谐波响应仿真结果

5 总结

本文运用力学中的能量法推导出折叠弹簧的弹性系数计算公式, 采用 ANSYS 有限元仿真, 结果表明两者的相对误差小于 1%, 表明推导出的公式是合理的; 在计算公式和仿真的基础上研究了结构参数对弹性系数的影响规律, 为调节弹簧的弹性系数提供了方便; 最后对弹簧质量块系统进行了模态分析和谐波响应分析, 为类似 MEMS 结构的分析和设计提供了一定的借鉴。

参 考 文 献

- 1 (美)徐泰然. MEMS 和微系统——设计与制造. 王晓浩, 冯炎颖, 熊继军, 等译. 北京: 机械工业出版社, 2004: 14—20
- 2 (美)格雷戈里 T A, 科瓦奇. 微传感器与微执行器全书. 张文栋, 等译. 北京: 科学出版社, 2003: 163—168, 175—179
- 3 Seto M W, Robbie K, Brett M J, et al. Mechanical properties of microspring thin films fabricated by glancing angle deposition(GLAD). Engineering Solutions for the Next Millennium, 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 1999: 1616—1620
- 4 Brenner W, Haddad G H, Rennhofer H. New types of silicon torsion microspring and their characterisation. Proceedings of SPIE, 2000: 462—470
- 5 Awaja N, Sood D K. Modelling and simulation of a flat spring for use in an electromagnetic microgenerator. Proceedings of SPIE, 2005: 361—372

(下转第 6841 页)

- Control, 2004;10:622—629
- 4 Utkin V I. Sliding mode in control optimization. Springer, 1992
- 5 Haskara I, Ozguner U. Equivalent value filters in disturbance estimation and state observation. variable structure system, sliding mode and nonlinear control. Springer, London, 1999;167—179
- 6 张昌凡,王耀南,何 静. Variable structure intelligent control for PM synchronous servo motor drive. 中国电机工程学报, 2002;22(7):13—169

Missile Servo System Fault Diagnosis Method Based on Sliding Mode Variable Structure

HUANG Yue, MA Zhen, LIU Bing-jie*

(Navy Submarine Academy, Qingdao 266042, P. R. China)

[Abstract] According to uncertainty and nonlinear characteristic of missile servo system, a sensor fault diagnosis proposal for a class of nonlinear system is presented. The studied uncertain nonlinear system is with unknown input disturbance. First, a controller is designed based on sliding mode variable structure theory. A design of state observation also based on sliding mode variable structure theory but by use of a specific equivalent control methodology follows. Then, by means of adaptive method, the fault identification which can restructure the faults is studied. The results of some numerical simulations on an artillery position servo system verify the validity of the proposed approaches.

[Key words] fault reconstruction observers sliding mode missile servo system

(上接第 6835 页)

- 6 Li Lijie, Uttamchandani Deepak G. Analysis of microsprings for calculating the force produced by microactuators. Proceedings of SPIE, 2002;394—402
- 7 陈昭怡 吴桂英. 材料力学. 北京: 中国建材出版社, 2005: 323—325
- 8 Bao Minghang. Micro-mechanical transducers: pressure sensors, accelerometers and gyroscope. The Netherland: Elsevier, 2004
- 9 娄利飞. 微机电系统与设计. 北京: 电子工业出版社, 2010: 140—141

Study on the Spring Constant of the Folded MEMS Springs and the Finite Element Analysis

WU Peng-fei, ZHANG Guo-jun, DAI Li-ping, ZHONG Zhi-qin, WANG Shu-ya

(State Key Laboratory of Electronic Thin Films and Integrated Devices, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, P. R. China)

[Abstract] The calculation formula of spring constant of the folded MEMS springs was derived by the Card's second law and Hooke's law. The results of ANSYS finite element simulation prove the relative error is less than 1%. On the basis of the calculation formula and the simulation, the law of various structural parameters on the impact of spring constant was researched. At last, the designed spring mass system were carried out modal analysis and harmonic analysis, and the analysis results consistent with the theory. The results for the analysis and design of other structures of MEMS springs provide some reference.

[Key words] MEMS the folded springs spring constant finite element analysis