

# 基于滑模变结构的导弹伺服机构故障诊断

黄岳 马震 刘丙杰\*

(海军潜艇学院, 青岛 266071)

**摘要** 针对导弹伺服机构的不确定非线性特点,提出了一种基于滑模变结构的传感器故障诊断方案。首先给出一种基于滑模变结构的控制器设计方法,然后利用滑模变结构中的等值控制方法设计了状态观测器,再利用自适应方法实现了对故障的重构。最后将提出的方法在导弹伺服系统中应用,表明了该方法的有效。

**关键词** 故障重构 观测器 滑模 导弹伺服系统

**中图分类号** TJ765.2; **文献标志码** A

伺服机构是导弹控制系统的重要组成部分,其可靠性对整个导弹武器系统的可用度有重要影响。精确及时的故障诊断是提高伺服机构可靠性的重要途径。但是,由于伺服机构模型不确定及参数摄动等问题,严重影响了故障诊断精度。

滑模变结构观测器是解决这一问题的有效途径。滑模变结构系统在一定条件下,对模型的不确定性具有比鲁棒性更强的不变性,因而其在故障诊断中的应用逐步得到重视。Sreedhar<sup>[1]</sup>等在所有状态变量可测基础上,对一类非线性系统,提出了一种基于滑模观测器的故障诊断方法。Kok<sup>[2]</sup>等提出了一种等效注入故障方法,可直接估算故障向量。Floquet<sup>[3]</sup>等提出了一种滑模扰动观测器设计方法,通过对扰动和故障进行解耦,达到故障诊断目的。

目前在滑模变结构故障诊断的研究中,大部分都是针对执行器故障进行的,传感器故障则相对较少涉及。本文提出的滑模变结构故障诊断方法,一方面对未知输入扰动和参数摄动具有鲁棒性,另一方面,对

缓慢变化故障也同样具有了较强的诊断能力。

## 1 问题描述

考虑下列不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)}(t) = f(x, t) + b(x, t)u(t) + d(x, u, t) \\ y(t) = x_1(t) + Df_s(t) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中: $y(t)$ 是可测输出向量, $u(t)$ 是可测输入向量,选择状态向量为 $[x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 。 $f(x, t)$ 为非线性函数,其已知标称值函数为 $\hat{f}(x, t)$ 。由于参数摄动引起的不确定部分为 $\Delta f(x, t)$ ,即 $f(x, t) = \hat{f}(x, t) + \Delta f(x, t)$ 。 $d(x, u, t)$ 为未知的非线性函数,代表系统的未知输入扰动,其来源为系统建模误差(如非线性模型降阶等)、不确定性、老化以及各种干扰等。 $f_s(t)$ 为未知的非线性函数,代表传感器故障,由于该故障为缓慢变化故障,故传感器故障对时间的导数可近似为零,且当无故障时 $f_s(t) = 0$ , $D$ 为其相应故障系数。

假设 $\Delta f(x, t)$ 、 $d(t)$ 及 $u(t)$ 均为有界函数,而 $F$ 、 $D$ 、 $\xi$ 分别为它们的上界,即 $|\Delta f(x, t)| \leq F$ , $|d(t)| \leq D$ , $|u(t)| \leq \xi$ 。同时还假设 $f(x, t)$ 、 $b(x, t)$ 满足 Lipschitz 条件,即 $|f(x, t) - f(\hat{x}, t)| \leq \gamma_f \|x - \hat{x}\| = \gamma_f \|\tilde{e}\|$ , $|b(x, t) - b(\hat{x}, t)| \leq \gamma_b \|x - \hat{x}\| = \gamma_b \|\tilde{e}\|$ ,其中 Lipschitz 常数分别为 $\gamma_f, \gamma_b$ 。在本设计中,还需定义以下参数: $x_d$ 为给定

2011年3月14日收到

第一作者简介:黄岳(1964—),男,广西桂林人,工程师,研究方向:故障诊断,可靠性工程,系统仿真。

\*通信作者简介:刘丙杰(1979—),男,山西曲沃人,讲师,研究方向:故障诊断,可靠性工程,安全性工程。E-mail: liubingjie\_nsa@163.com。

状态向量,其中,  $x_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$ , 跟踪误差为  $e = x_d - x = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$ 。

本设计中所需实现的三个设计目标分别为:设计  $u(t)$ , 使系统的状态跟踪给定的状态向量  $x_d$ ; 通过可测输入  $u(t)$  及可测输出  $y(t)$  设计状态观测器以实现对状态变量的观测; 当出现故障时, 对故障进行重构。

## 2 控制器的设计

首先考虑没有故障情况, 选取滑模面为

$$s = \sum_{i=1}^n c_i e^{(i-1)} = 0 \quad (2)$$

式(2)中,  $c_n = 1$ ,  $c_i$  的选取应使  $h(s) = s^{n-1} + \dots + c_i s^{i-1} + \dots + c_2 s + c_1$  的所有根位于  $s$  平面的左半平面。令:

$$\begin{cases} u(t) = u_{eg} + u_{sw}; \\ u_{eg} = b^{-1} \left[ -\dot{f}(x, t) + x_d^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} \right]; \\ u_{sw} = b^{-1} (ks + \beta \text{sgn}(s))。 \end{cases}$$

其中,  $u_{eg}$  为当  $\Delta f(x, t)$ ,  $d(x, u, t)$ ,  $s$ ,  $\dot{s}$  均为 0 情况下的控制量, 称为等值控制,  $u_{sw}$  称为开关项, 用于抑制系统的不确定性,  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数。根据式(5)所示滑模成立条件选择  $\beta$  参数<sup>[4]</sup>

$$s\dot{s} < -\eta |s|, \quad \text{其中 } \eta > 0 \quad (5)$$

$$\beta \geq b^{-1} (\eta + F + D) \quad (6)$$

在此情况下, 系统沿着  $s = 0$  趋向原点, 因  $c_i$  满足 Hurwitz 稳定多项式, 故滑模运动是渐近稳定的。

从式(4)可看出, 系统状态变量已知是该控制方法实现的基本条件。因此, 设计有效的状态观测器是实现该控制的关键。此外, 从式(1)还可看出, 当出现故障时, 可测输出向量  $y(t)$  不再等于状态变量  $x_1$ , 故系统性能会发生变化。为此, 还需进一步考虑对发生的故障进行重构, 进而可从故障信号中分离出有效的输出信号, 为实现对系统的容错控制提供保障。

## 3 状态观测器设计及故障重构

考虑一个新的状态变量

$$\dot{z} = -az + by \quad (7)$$

作为输出信号滤波器。

式(7)中:  $z$  是滤波器状态变量,  $a, b$  是常数, 且  $a \geq 0, b \neq 0$ 。

把公式(1)代入式(7)。

$$\dot{z} = -az + bx_1 + bDf_s \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f(x, t) + b(x, t)u(t) + d(x, u, t) \\ w = z \end{cases} \quad (9)$$

式(10)中:  $w$  为新座标下的输出。

这样, 公式(8)~式(10)代表了一个执行器故障为  $f_s(t)$  的系统, 从而将传感器等效为执行器故障。

对式(8)~式(10)构造以下滑模变结构观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = -a\hat{z} + b\hat{x}_1 + bD\hat{f}_s + v_0 \\ v_0 = L_0 \text{sgn}(w - \hat{w}) \\ \hat{w} = \hat{z} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \hat{x}_i = \hat{x}_{i+1} + v_i; \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \hat{x}_n = f(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) + b(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)u + v_n \\ v_j = L_j \text{sgn}(x_j - \hat{x}_j); \quad j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (12)$$

式(12)中: 上标“ $\hat{\cdot}$ ”代表相应值的观测值,  $L_m (m = 0, 1, \dots, n)$  为待设计的标量函数。

定义观测器误差  $e_z = z - \hat{z}$ ,  $e_j = x_j - \hat{x}_j$ , 传感器故障观测误差  $e_s = f_s - \hat{f}_s$ 。

由式(8)~式(12), 其相应误差动态方程为

$$\dot{e}_z = -ae_z + be_1 + bDe_s - v_0 \quad (13)$$

$$\dot{e}_i = e_{i+1} - v_i \quad (14)$$

$$\dot{e}_n = f(x_1, \dots, x_n) - f(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) + (b(x_1, \dots, x_n) - b(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n))u + d(x_1, \dots, x_n, y, u, t) - v_n \quad (15)$$

**定理 1** 对于任意初始条件  $z(0)$ , 用于重构缓变型故障的自适应律算法如式(16)所述

$$\dot{\hat{f}}_s = bPDe_z \quad (16)$$

且可以找到一个足够大的正常数  $L_0$ , 使得  $e_z$  与  $e_s$  在有限的时间内收敛到零。

## 证明

选取  $V_1 = \frac{1}{2}e_z^2 + \frac{1}{2}P^{-1}e_s^2$  作为 Lyapunov 函数,

式(16)中为  $P$  正常数。

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -ae_z^2 + e_z(be_1 - v_0) + e_z bDe_s + P^{-1}e_s \dot{e}_s \leq \\ &|e_z|(b|e_1| - L_0) + (e_z bD - P^{-1}\dot{f}_s)e_s \leq \\ &|e_z|(b|e_1| - L_0)。 \end{aligned}$$

若选取  $L_0$ , 使得  $L_0 > b|e_1| + \sigma_0$ ,  $\sigma_0 > 0$ 。

$$\dot{V}_1 \leq -\sigma_0 |e_z| \leq 0 \quad (17)$$

则经过有限时间后达到滑模状态,由滑模变结构的等值原理<sup>[4]</sup>

$$e_z = \dot{e}_z = 0 \quad (18)$$

$$b^{-1}(L_0 \text{sgne}_z)_{\text{eq}} = e_1 \quad (19)$$

式(19)中  $(L_0 \text{sgne}_z)_{\text{eq}}$  是不连续项的等效输出注入值。

**定理 2** 对于任意初始条件  $x_j(0)$ , 且可以找到一个足够大的正常数  $L_j$ , 使得  $e_j$  在有限的时间内收敛到零。

## 证明

第 1 步 选取  $V_i = \frac{1}{2}e_i^2$  作为 Lyapunov 函数 ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ), 由式(14)可知:

$$\dot{V}_i = e_i(e_{i+1} - v_i) \leq |e_i|(|e_{i+1}| - L_i)。$$

若选取  $L_i$  使得:

$$L_i > |e_{i+1}| + \sigma_i, \sigma_i > 0; \dot{V}_i < -\sigma_i |e_i|。$$

则经过有限时间后达到滑模状态,同样由滑模变结构的等值原理得:

$$(L_i \text{sgne}_i)_{\text{eq}} = e_{i+1} \quad (22)$$

第 2 步 选取  $V_n = \frac{1}{2}e_n^2$  作为 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= e_n(f(x_1, \dots, x_n) - f(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) + (b(x_1, \dots, x_n) - \\ &b(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n))u + d(x_1, \dots, x_n, y, u, t) - v_n) \leq \\ &|e_n|((\gamma_f + \gamma_b) \|\tilde{e}\| + D - L_n) \end{aligned} \quad (20)$$

若选取  $L_n$ , 使得

$$L_n > (\gamma_f + \gamma_b \xi) \|\tilde{e}\| + D + \sigma_n, \sigma_n > 0。$$

$$\dot{V}_n \leq -\sigma_n |e_n| \quad (21)$$

上述证明给出了一个故障诊断的学习算法。通过观测器本身的自适应能力,不仅可以检测到故障的发生,还可以在线估计故障的特征。定理本身

还表明,尽管系统存在非线性与未知输入扰动,故障检测逻辑仍能保证不产生虚警。由于可以重构传感器故障,故可从带故障的输出信号  $y(t)$  中分离出真实输出信号  $x_1(t)$ , 并将它提供给式(4)确定的控制器,实现了对系统的容错控制。

为了减少抖动,消除抖动带来的高频干扰,本文采取一阶低通滤波器按下式在线求取观测器中选用的符号函数  $\text{sgn}(\cdot)$ <sup>[5]</sup>。

$$\begin{cases} v_0 = b^{-1}(L_z \text{sgne}_z)_{\text{eq}} \\ \tau_j \dot{z}_j + z_j = v_{j-1} \\ v_j = L_j \text{sgnz}_j; j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (22)$$

## 4 应用举例

以某型导弹伺服机构为例对上述方法加以应用。在转子旋转参考轴系下,伺服电机模型如下式所示<sup>[6]</sup>

$$\begin{cases} v_q = Ri_q + p\lambda_q + \omega_s \lambda_d \\ v_d = Ri_d + p\lambda_d + \omega_s \lambda_q \end{cases} \quad (26)$$

式(26)中,下标  $d, q$  分别代表  $d-q$  轴分量。 $v$  为定子电压,  $i$  为定子电流,  $L$  为定子电感,  $\lambda$  为定子磁链,  $\lambda_q = L_q i_q$ ,  $\lambda_d = L_d i_d + L_{md} I_{fd}$ ,  $R$  为定子电阻,  $\omega_s$  为角频率,  $I_{fd}$  为等值电感电流,  $L_{md}$  为互感。

电磁力矩为

$$F_e = 3P[L_{md} I_{fd} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] / 2 \quad (27)$$

电机的动态方程为

$$\dot{F}_e = F + B\omega_r + JP\omega_r \quad (28)$$

式中  $P$  为极对数,  $\omega_r$  为电机输出转角,  $B$  为阻尼系数,  $J$  为折算到电机轴上的总转动惯量。 $F$  为作用在负载上的摩擦非线性、空回非线性、不平衡力矩以及冲击力矩等不确定性因素,它为未知的非线性函数。采用  $i_d = 0$  的磁场定向方式,这样电磁转矩  $F_e$  与  $i_q$  成正比,其比例系数  $k_t = 3PL_{md} I_{fd}$ , 主电路采用 PWM 电压源逆变器,系统结构如图 1 所示。

定义状态变量为

$$\begin{cases} x_1 = \theta_r \\ x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}_r = \omega_r \end{cases} \quad (23)$$

式(23)中  $\theta_r$  为转子位置。

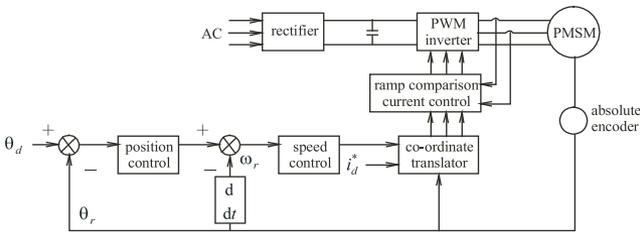


图 1 系统结构图

则伺服系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J}x_2 + \frac{K_t}{J}u - d(x, u, t) + \Delta f(x, u, t) \\ y = x_1 + Df_s \end{cases} \quad (24)$$

式(24)中,  $u$  为位置控制器输出信号,  $d(x, u, t) = F/J$ , 它为未知的非线性函数, 代表系统的未知输入扰动,  $\Delta f(x, u, t)$  为建模不准确性引起的误差和参数摄动, 用如下非线性函数代表, 式中  $\mu$  代表非线性度。

$$\Delta f(x, u, t) = \mu \frac{x_2 + |x_1| \sin t + u}{0.1 + e^{-t}} \quad (25)$$

跟踪误差为  $e = \theta_d - \theta_r$ ,  $\theta_d$  为转子位置给定值, 控制器设计为:

$$u = \frac{J}{K_t} \left[ c \hat{e} + \dot{\theta}_d + \beta \text{sgn} \hat{s} + k \hat{s} + \frac{B}{J} \hat{x}_2 \right] \quad (26)$$

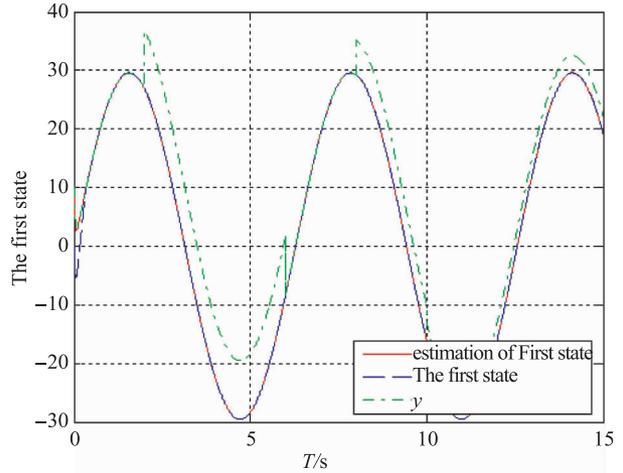
滑模面为  $s = ce + \dot{e}$ , 取  $a = b = 1, D = 1$ 。

设故障的表达式为:

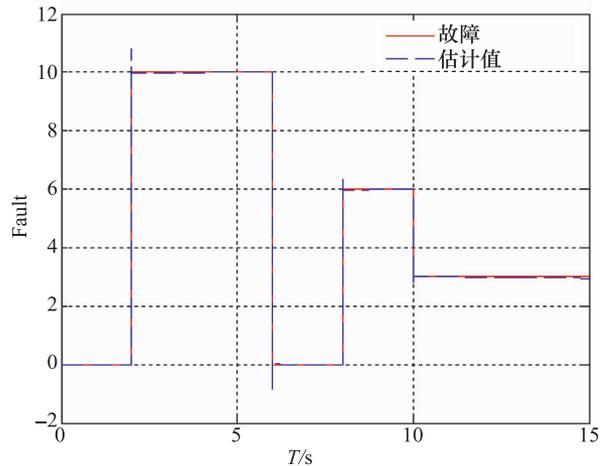
$$f_s(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq 2 \\ 10, & 2 < t \leq 6 \\ 0, & 6 < t \leq 8 \\ 6, & 8 < t \leq 10 \\ 4, & 10 < t \end{cases} \quad (27)$$

上述设计中, 相应参数设计分别为  $c = 80, k = 50, L_0 = 90, L_1 = 50, L_2 = 300, \tau_0 = 0.0004, \tau_1 = 0.0001, P = 5.5 \times 10^7$ 。对象的参数分别为:  $J = 8.7 \times 10^{-3} \text{ Kg/m}^2, K_t = 1.2 \text{ N} \cdot \text{m/A}, B = 1.43 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m/s}$ 。给定  $\theta_d = 30 \sin(t) \text{ rad}$ , 初始值  $x_{1,2} = (10, 10), \hat{x}_{1,2} = (0, 0)$ 。以下仿真波形图中的横坐标均代表时间, 单位为 s。纵坐标代表状态变量  $x_1, x_2$  时, 单位分别为 rad, r/min; 代表故障  $\theta$  时, 单位为  $\text{N} \cdot \text{m/s}$ 。

情况 1: 非线性度系数  $\mu = 0$ , 即无参数摄动。未知输入扰动  $d(x, u, t) = 12 + 12 \sin(t) + v$ ,  $v$  为幅值为  $\pm 12$  的随机噪声。仿真波形如图 2 所示。



(a) 输出  $y$  及状态变量  $x_1$  和观测值  $\hat{x}_1$



(b) 故障  $f_s$  及估计值  $\hat{f}_s$

图 2 无参数摄动时仿真波形图

情况 2: 非线性度系数  $\mu = 0.1$ , 即有参数摄动 其它参数的选取参照情况 1, 仿真波形如图 3 所示。

情况 3: 高频的未知输入扰动

未知输入扰动中的正弦波的频率增加 10 倍, 其它参数的选取参照情况 2, 仿真波形如图 4 所示。

仿真结果显示, 由于控制器算式(2)~式(4)中采用  $x_1, x_2$  作为参数, 当发生故障时, 系统真实输出  $x_1$  仍能准确跟踪给定值。因此, 本文提出的方法实

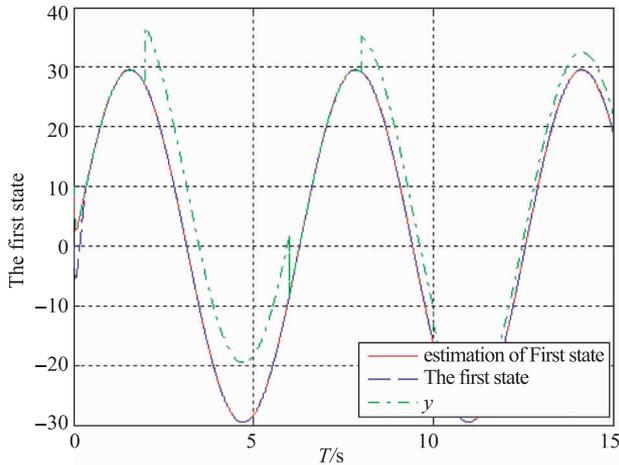
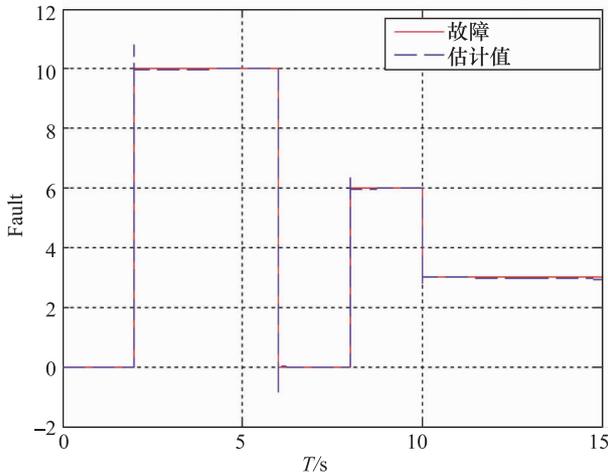
(a) 输出 $y$ 及状态变量 $x_1$ 和观测值 $\hat{x}_1$ (b) 故障 $f_s$ 及估计值 $\hat{f}_s$ 

图3 有参数摄动时的仿真波形图

现了当初设定的三个设计目标,即在系统有未知输入扰动、参数摄动等情况下,均较好地实现了弹体转角对给定值的跟踪以及系统中两个状态变量的观测值对实际值的跟踪,同时对所发生的故障也实现了重构。

## 5 结论

针对一类非线性不确定系统,并考虑含有未知输入扰动,本文提出了一种故障诊断方法,使系统在对不确定模型保持鲁棒性的前提下,对传感器故障具有较高的灵敏度,并可实现对故障的重构。此外,利用所设计的状态观测器,可从带故障的输出

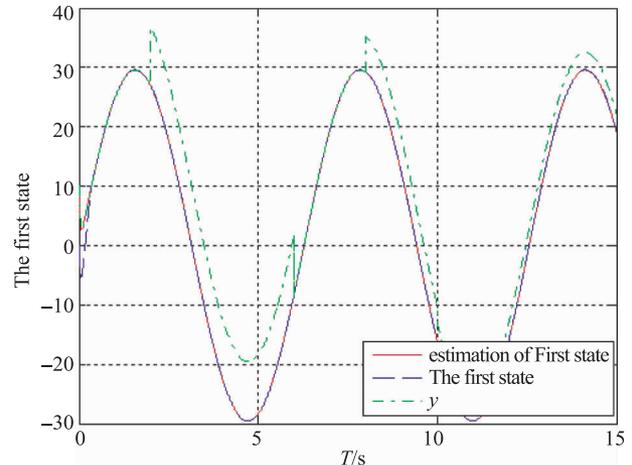
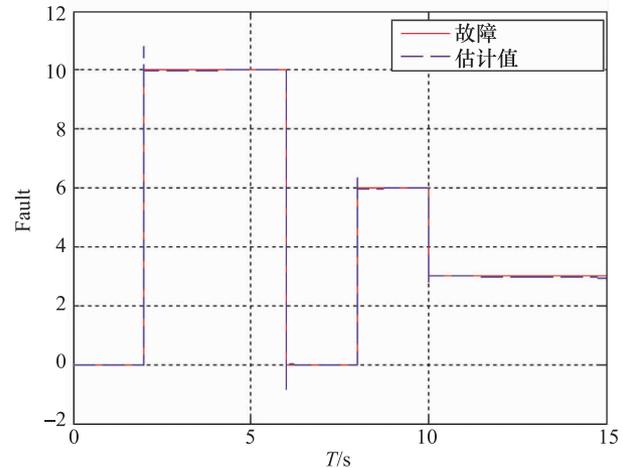
(a) 输出 $y$ 及状态变量 $x_1$ 和观测值 $\hat{x}_1$ (b) 故障 $f_s$ 及估计值 $\hat{f}_s$ 

图4 有参数摄动和高频的未知输入扰动时的仿真波形图

信号中分离出真实输出信号,实现了对系统的容错控制。通过对系统的仿真研究,验证了所提方法的有效性。

## 参考文献

- 1 Sreedhar R, Fernaldez B, Masada G. Robust fault detection in nonlinear systems using sliding mode observers. In: Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, 1993; 715—721
- 2 Ng K Y, Tan C P, Edwards C, et al. New results in robust actuator fault reconstruction for linear uncertain systems using sliding mode observers. Int Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007; 17: 1294—1319
- 3 Floquet T, Barbot J P, Perruquetti W, et al. On the robust fault detection via a sliding mode disturbance observer. International Journal of

Control, 2004;10:622—629

- 4 Utkin V I. Sliding mode in control optimization. Springer,1992
- 5 Haskara I,Ozguner U. Equivalent value filters in disturbance estimation and state observation. variable structure system, sliding mode

and nonlinear control. Springer, London,1999;167—179

- 6 张昌凡,王耀南,何 静. Variable structure intelligent control for PM synchronous servo motor drive. 中国电机工程学报,2002;22(7):13—169

## Missile Servo System Fault Diagnosis Method Based on Sliding Mode Variable Structure

HUANG Yue, MA Zhen, LIU Bing-jie \*

(Navy Submarine Academy, Qingdao 266042, P. R. China)

**[Abstract]** According to uncertainty and nonlinear characteristic of missile servo system, a sensor fault diagnosis proposal for a class of nonlinear system is presented. The studied uncertain nonlinear system is with unknown input disturbance. First, a controller is designed based on sliding mode variable structure theory. A design of state observation also based on sliding mode variable structure theory but by use of a specific equivalent control methodology follows. Then, by means of adaptive method, the fault identification which can restructure the faults is studied. The results of some numerical simulations on an artillery position servo system verify the validity of the proposed approaches.

**[Key words]** fault reconstruction observers sliding mode missile servo system

(上接第 6835 页)

- 6 Li Lijie,Uttamchandani Deepak G. Analysis of microsprings for calculating the force produced by microactuators. Proceedings of SPIE, 2002;394—402
- 7 陈昭怡 吴桂英. 材料力学. 北京:中国建材出版社,2005:323—325
- 8 Bao Minghang. Micro-mechanical transducers; pressure sensors, accelerometers and gyroscope. The Netherland;Elsevier,2004
- 9 娄利飞. 微机电系统与设计. 北京:电子工业出版社,2010:140—141

## Study on the Spring Constant of the Folded MEMS Springs and the Finite Element Analysis

WU Peng-fei, ZHANG Guo-jun, DAI Li-ping, ZHONG Zhi-qin, WANG Shu-ya

(State Key Laboratory of Electronic Thin Films and Integrated Devices, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, P. R. China)

**[Abstract]** The calculation formula of spring constant of the folded MEMS springs was derived by the Card's second law and Hooke's law. The results of ANSYS finite element simulation prove the relative error is less than 1%. On the basis of the calculation formula and the simulation, the law of various structural parameters on the impact of spring constant was researched. At last, the designed spring mass system were carried out modal analysis and harmonic analysis, and the analysis results consistent with the theory. The results for the analysis and design of other structures of MEMS springs provide some reference.

**[Key words]** MEMS the folded springs spring constant finite element analysis