

用惠更斯作图法研究左手材料的负折射现象

王凯龙 马文强* 郝刚领 王伟国

(延安大学物理与电子信息学院,延安 716000)

摘要 针对理解电磁波在左手材料中的传播特性,在详细分析了该介质中电磁波波矢量 k 的方向、大小和坡印廷矢量 s 之间关系的基础之上,根据电磁场理论探讨了电磁波在右手、左手材料分界面上的反射和折射(各介质都是各向同性的)现象。并运用惠更斯作图法解释了电磁波由右手材料穿越左手材料时的负折射现象。指出发生负折射现象的根本原因是由于电磁波在左手材料中传播时其波矢量与坡印廷矢量的方向相反。

关键词 左手材料 波矢量 坡印廷矢量 惠更斯作图法 负折射

中图分类号 O439; **文献标志码** A

介电材料的电磁特性由介电常数 ϵ 和磁导率 μ 两个宏观参数,在自然界中物质的 ϵ 和 μ 都是正数。当电磁波穿越其中时,描述电磁波传播特征三个物理量电场方向 E 、磁场方向 H 和电磁波的传播方向 K 构成与三维空间坐标呈一一对应的右手螺旋关系,这就是物理学中经典的“右手定则”。相应地,自然界中存在的符合“右手定则”的介电材料即为右手材料(right-handed materials, RHM)。在经典电动力学理论中,如果物质的 ϵ 和 μ 一正一负,电磁波将无法在其中传播。但是,如果 ϵ 和 μ 两者都是负数时,情况会怎样呢?1964年前苏联物理学家V. G. Veselago在考虑没有能量损失的情况下同时让介质的 $\epsilon < 0$, $\mu < 0$,结果仍然满足麦克斯韦方程以及色散关系。因此他假想了一种材料,在这种材料里电场方向 E 、磁场方向 H 和电磁波的传播方向 K 构成与三维空间坐标呈一一对应的左手螺旋关系,他称这种假想的物质为左手材料(left-handed materials, LHM)^[1,2]。但是,由于当时Veselago等人的工作还仅限于纯理论性的研究,自然界中并未发现这类材料,也没有在实验中得到进一步验证。

因此这一假设在学术领域长期未被接受。直到2001年美国加州大学San Diego分校的David Smith等人首次将介电常数 ϵ 和磁导率 μ 均为负值的材料展现在人们面前^[3]。至此,左手性材料立刻成为国际物理学界和电磁学界的研究热点,左手材料的研究也已引起国内科学界的关注。国家自然科学基金委将左手材料和负折射效应的研究列入了2005年重点交叉项目指南中,同时,基金委信息学部将“异向介质理论与应用基础研究”列入2005年重点项目指南,其中“异向介质”即是左手材料的另一个名称。此外“新型人工电磁介质的理论与应用研究”也于2004年被列入国家重点基础研究发展规划(973计划)^[4]。

目前已有许多分析左手材料性质的相关文献,大都分析了左手材料存在的理论依据^[5-10]、电磁波在左手材料中的传播机制^[11-15]以及左手材料的应用前景^[16,17]等等。这些文献多数对电磁波在这种新型复合介质材料的负折射现象作了一定的探讨,目前仍然有很多问题在讨论中。本文研究了左手材料中电磁波传播时的波矢量与坡印廷矢量之间的关系,分析了电磁波从右手材料入射到左手材料时电场强度和磁场强度以及波矢量和坡印廷矢量之间的关系,并用惠更斯作图法分析了电磁波由右手材料穿越左手材料时所发生的负折射现象。

2010年11月5日收到 陕西省科技厅项目(SJ08-ZJ05)资助
第一作者简介:王凯龙,陕西渭南人,研究方向物理实验及其理论分析。

* 通信作者简介:马文强, E-mail: npns_mwq@126.com。

1 电磁波在左手材料中电磁波的波矢量 k 和坡印廷矢量 s 之间的关系

从麦克斯韦方程组出发,在无源介质中,由于自由电流和自由电荷密度都为零,即 $J=0, \rho=0$, 此时麦克斯韦方程组可改写为^[18]:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \varepsilon \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S}, \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\mu \iint_S \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \oiint_S \vec{D} d\vec{S} = 0.$$

或

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{D} = 0 \quad (4)$$

波矢量 $\vec{K}$ 的方向是电磁波的传播方向,而坡印廷矢量 $\vec{S}$ 的方向是电磁场中某点能量(正能量)的流动方向;在一般的介质中,由于 $\varepsilon > 0, \mu > 0$, 由方程式(1)、式(2)可知:电场激发的磁场是右旋的(对应 $\varepsilon \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S}$),而磁场激发的电场是左旋的(对应 $-\mu \iint_S \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} d\vec{S}$),即电场强度 $\vec{E}$ 、磁场强度 $\vec{H}$ 以及波矢量 $\vec{K}$ (电磁波的传播方向)三者之间成右手关系,而根据坡印廷矢量 $\vec{S}$ 与电场强度 $\vec{E}$ 和磁场强度 $\vec{H}$ 之间的关系

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (5)$$

可知:电场强度 $\vec{E}$ 、磁场强度 $\vec{H}$ 以及坡印廷矢量 $\vec{S}$ 三者之间亦成右手关系。如图 1a 所示;但在左手材料中,由于 $\varepsilon < 0, \mu < 0$, 所以情况正好相反,即:电场激发的磁场是左旋的,磁场激发的电场是右旋的;所以,在负折射率介质中电场强度 $\vec{E}$ 、磁场强度 $\vec{H}$ 以及波矢量 $\vec{K}$ 三者之间成左手关系。由此可以看出,在左手材料中,波矢量 $\vec{K}$ 的方向与坡印廷矢量 $\vec{S}$ 的方向相反。如图 1b 所示。也就是说电磁波向正向传播而其携带的能量却反向流动,这应该如何理解呢?众所周知,电场能量密度 $\omega_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$, 磁场能量

密度 $\omega_m = \frac{1}{2} \mu H^2$, 如果 $\varepsilon < 0, \mu < 0$, 就得到负的 ω_e

和 ω_m , 即负电磁能量,因此在 $\varepsilon < 0, \mu < 0$ 的介质中,电磁场具有负电磁能量,电磁波正向传播意味着负电磁能向正向流动,这等效于正电磁能向负向流动,所以,坡印廷矢量 $\vec{S}$ 的方向当然应该指向负向;(这类似于电解质中负电荷的正向移动就等效于正电荷的负向移动)可以认为在这种介质中的电磁波的能量出现了负值,电磁波传播所到之处,不但不会给那里增加新的能量,却会使那儿的能量密度减小、不但不提供能量,反而会吸收能量^[3]。因此,从能量的角度分析,在 $\varepsilon < 0, \mu < 0$ 的介质中,波矢量 $\vec{K}$ 的方向与坡印廷矢量 $\vec{S}$ 的方向相反,这是一种必然。关于负能量,过去只被物理学家在处理问题时作为一个辅助计算的手段而否定其实际上的可能性。自 1928 年 P. Dimc 提出负能态理论,已经过几十年,到 20 世纪末及 21 世纪初时负能量已成为实在的物理概念,用在宇宙学研究, Casimir 力测量,零点能探索,等离子体研究,超光速研究等领域。当前,对于由零点能的变化而引起 Casimir 力的实验证明已得到科学界的认同,即测量这个力的成功即表示零点能的存在得到证实。负能量的概念并不是纯粹的幻想,它的某些效应甚至已经在实验室中产生出来^[19,23]。

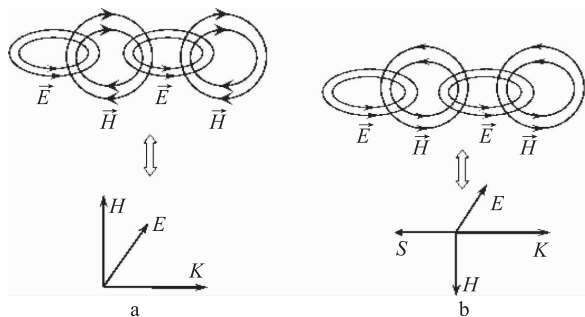


图 1 右、左手材料中电场与磁场相互激发形成电磁波

下面我们来定量分析:设单色的平面电磁波的波动方程为^[20]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})} \quad (6)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{j(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})} \quad (7)$$

对于时谐电磁场: $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$,

$$\nabla \rightarrow -j\vec{K}, \nabla \times \rightarrow -j\vec{K} \times^{[20]},$$

所以方程式(1),式(2)分别变为:

$$-j\vec{K} \times \vec{H} = \varepsilon(j\omega)\vec{E}$$

$$\text{或} \quad \vec{K} \times \vec{H} = -\omega\varepsilon\vec{E} \quad (8)$$

$$-j\vec{K} \times \vec{E} = -\mu(j\omega)\vec{H},$$

$$\text{或} \quad \vec{K} \times \vec{E} = \omega\mu\vec{H} \quad (9)$$

由方程式(7),式(8)可以看出,当 $\varepsilon < 0, \mu < 0$ 同时成立时,电场强度 $\vec{E}$ 、磁场强度 $\vec{H}$ 以及波矢量 $\vec{K}$ 三者之间确实成左手关系。

另一方面,由方程式(5),式(7),式(8)可得

$$\vec{S} = \left(-\frac{\vec{K} \times \vec{H}}{\omega\varepsilon} \right) \times \left(\frac{\vec{K} \times \vec{E}}{\omega\mu} \right), \text{利用矢量关系}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}).$$

解得

$$\vec{S} = \frac{|\vec{E}|^2}{\omega\mu} \vec{K} \quad (10)$$

$$\text{或} \quad \vec{S} = \frac{|\vec{H}|^2}{\omega\varepsilon} \vec{K} \quad (11)$$

由此可以看出,在 $\varepsilon < 0, \mu < 0$ 的介质中,波矢量 $\vec{K}$ 的方向与坡印廷矢量 $\vec{S}$ 的方向的确相反,其大小关系如方程式(10)或式(11)。

2 用惠更斯作图法分析电磁波从正折射率介质入射到负折射率介质

2.1 电磁波从正折射率介质入射到负折射率介质

假设一平面电磁波由介质1入射到介质1与介质2之间的分界面上,如图2所示,其中介质1是右手材料,介质2是负左手材料,如图建立空间直角坐标系,设介质1与介质2之间的分界面为无限大的平面,即图2中 $x=0$ 的平面;如入射波的入射线与分界面的法线构成的平面即为入射平面,即图2中 $y=0$ 的平面。

在任何时刻,我们都可以将入射波、反射波及折射波的电矢量和磁矢量分解成两个分量,一个平行于入射平面,另一个垂直于入射平面,有关各量的平行分量与垂直分量分别用下标 p 和 s 来表示,如果以 $\vec{E}_1$ 、 $\vec{E}_2$ 和 $\vec{E}_3$ 来依次表示入射波、反射波和折射波的电矢量的振幅,则它们的平行于入射平面的

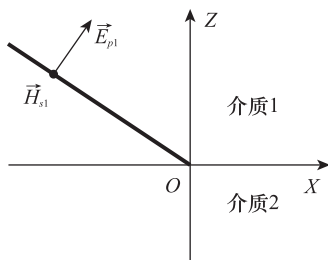


图2 入射波的电场与磁场

分量及垂直于入射平面的分量就应分别是 $\vec{E}_{p1}$ 、 $\vec{E}_{p2}$ 、 $\vec{E}_{p3}$ 及 $\vec{E}_{s1}$ 、 $\vec{E}_{s2}$ 、 $\vec{E}_{s3}$;同理,如果以 $\vec{H}_1$ 、 $\vec{H}_2$ 和 $\vec{H}_3$ 来依次表示入射波、反射波和折射波的电矢量的振幅,则它们的平行于入射平面的分量及垂直于入射平面的分量就应分别是 $\vec{H}_{p1}$ 、 $\vec{H}_{p2}$ 、 $\vec{H}_{p3}$ 及 $\vec{H}_{s1}$ 、 $\vec{H}_{s2}$ 、 $\vec{H}_{s3}$ 。图2中画出了入射波平行于入射平面的电矢量 $\vec{E}_{p1}$ 和垂直于入射平面的磁矢量 $\vec{H}_{s1}$ (垂直于入射平面的电矢量和平行于入射平面的磁矢量的情况与其类似)^[21]。

电磁波要在两种介质的分界面上传播必须满足以下两个条件^[22]:

(1)在两种介质的分界面即 $z=0$ 的平面上,电场强度和磁场强度的边界条件,

$$\text{即: } \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}, \vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n}, \vec{H}_{1t} = \vec{H}_{2t}, \vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}.$$

其中 $\vec{D}$ 、 $\vec{B}$ 与 $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ 之间满足本构方程:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \vec{B} = \mu\vec{H}.$$

(2)反射波与折射波的波矢量和入射波的波矢量在分界面上的切向分量连续

$$\vec{K}_{1x} = \vec{K}_{2x} = \vec{K}_{3x}.$$

试验证明^[2,3,23]电磁波由右手材料穿越左手材料时将发生负折射现象,即折射波与入射波处于法线同侧,根据以上条件可以判断,反射波与折射波的射平面的电矢量、垂直于入射平面的磁矢量的方向以及波矢量和坡印廷矢量的方向,如图3所示。

2.2 用惠更斯作图法分析电磁波从正折射率介质入射到负折射率介质

设电磁波以角度 i 入射到介质1与介质2之间的分界面上,假定在某一时刻 t ,介质1中的波前到达 AB 面, A 点正好在介质2的表面上,经过一段时间 Δt 后, B 点作为次波波源在介质1中向外辐射的

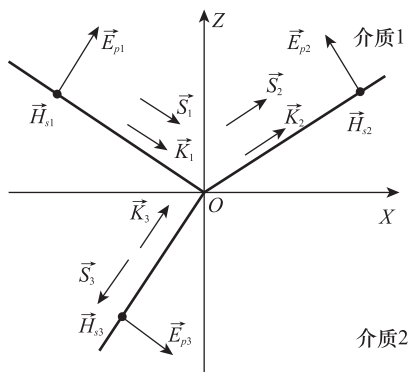


图3 入射波、反射波和折射波的电场与磁场

次波到在介质2的表面 B' 点处;由以上分析知:折射波的波矢量 $\vec{K}_3$ 的方向如图4所示。

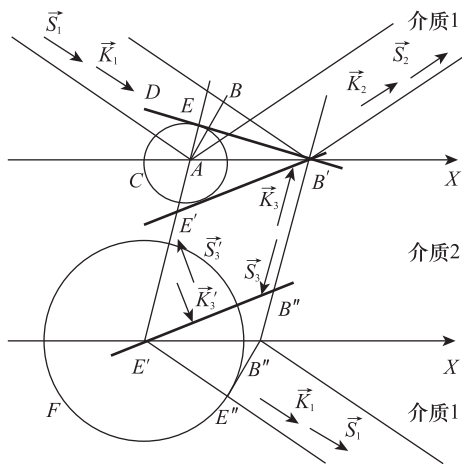


图4 电磁波穿越左手材料

若假设介质2充满全部空间,则这时A点作为介质2的内的次波波源辐射的次波已经到达球面C处,而此时折射波的波前应为图中的线段 $B'E$, (过 B' 点作球面的切线 $B'D$,切点为 E)注意:图中的波前 $B'E$ 实际上是不存在的,它只是假想的波面,因为 x 轴上方并不存在介质2。所以,垂直于线段 $B'E$ 的射线 AE 就是电磁波在介质2内的传播方向,亦即波矢量 $\vec{K}_3$ 所指的方向,而其对应的坡印廷矢量 $\vec{S}_3$ 的方向(即正能量流动的方向或实验观察到折射波的方向)则沿射线 EA 方向。而波面 $B'E'$ 则为介质2中的真实波面,其波矢量 $\vec{K}'_3$ 和其对应的坡印廷矢量 $\vec{S}'_3$ 的方向如图;若介质2的厚度有限且上下边界平行,波面 $B'E'$ 将传播到 $B'E''$ 处,其中 E'' 点

正好在介质1的表面上,经过一段时间 $\Delta t'$ 后, B'' 点作为次波波源在介质2中向外辐射的次波到在介质1的表面 B'' 点处,而这时 E'' 点作为介质1内的次波波源辐射的次波已经到达半球面 F 处,过 B'' 点作半球面 F 的切线 $B''E''$,切点为 E'' ,则射线 $E''E''$ 就是电磁波在介质1的内的传播方向,亦即波矢量 $\vec{K}_4$ 所指的方向,或坡印廷矢量 $\vec{S}_4$ 的方向。如图4所示。

值得注意的是,虽然波面 $B'E'$ 为介质2中的真实波面,但其对应的正电磁能却没有流进介质2,所以,实验中观察不到该波面。由此可见,发生负折射现象的根本原因是由于电磁波在左手材料中传播时其波矢量与坡印廷矢量的方向相反。

3 结论与展望

上面我们从麦克斯韦方程组出发,证明了电磁波在左手材料中传播时其波矢量与坡印廷矢量的方向具有相反关系,并运用惠更斯作图法这一简单、形象、直观的方法解释了电磁波由右手材料穿越左手材料时所发生的负折射现象,揭示发生这一现象的根本原因,更有益于我们更深刻地掌握电磁波在左手材料中的传播机制。由此可见,运用惠更斯作图法也可以很好地解释光在这种新型复合介质材料中的传播。

参考文献

- 1 Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . Sov Phys Usp, 1968; 10(4): 509—514
- 2 徐耿钊, 张伟华, 朱 星. 奇妙的左手材料. 物理, 2004; 33(11): 801—808
- 3 Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. Science, 2001; 292(4): 77—79
- 4 邓苏南, 李理. 左手材料漫谈. 现代物理知识, 2008; 20(5): 50—52
- 5 Pendry J B, Holedn A J, Stewart W J, et al. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. Pyhs. Rev. Lett, 1996; 76(25): 4773—4776
- 6 Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. IEEE Trans. Microwave theory Tech, 1999; 47(11): 2075—2084
- 7 Valanju P M, Walser R M, Valanju A P. Wave Refraction in Nega-

- tive - index Media; Always Positive and Very Inhomogeneous. Phys Rev Lett, 2002; 88 (18):187401—187404
- 8 Garcia N, Nieto-Vesperinas M. Is there an experimental verification of a negative index of refraction yet. Optics Letters, 2002;27(11): 885—887
- 9 Pendry J B, Smith D R. Comment on “wave refraction in negative index media: always positive and very inhomogeneous”. Phys Rev Lett, 2003; 90(2):029703—029703
- 10 Pacheco J, Grzegorzczak T M, Wu B I, *et al.* Power propagation in homogeneous isotropic frequency-dispersive left-handed media. Phys Rev Lett, 2002; 89(25):257401—257405
- 11 Rupp R. Intensity distribution inside scatterers with negative-real permittivity and permeability. Microwave and Optical Technology Letters, 2003; 36 (3):150—154
- 12 Zharov A A, Shadrivov I V, Kivshar Y S. Nonlinear properties of left-handed metamaterials. Phys Rev Lett, 2003;91:037401—037404
- 13 Zhang Zhengren, Long Zhengwen. Wave propagation in left-handed materials with Ellipsoidal and spherical dispersion relation. Journal of Guizhou University(Natural Sciences), 2009; 26(3):7—10
- 14 Shadrivov I V, Sukhorukov S A A, Kivshar Y S. Nonlinear surface waves in left-handed materials. Physical Review E, 2004; 69: 016617—016625
- 15 Hu Liangbin, Chui S T. Characteristics of electromagnetic wave propagation in uniaxially anisotropic left-handed materials. Physical Review B, 2002; 66:085108—085114
- 16 Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens. Phys Rev Lett, 2000;85 (18):3966—3969
- 17 Engheta N. An idea for thin, subwavelength cavity resonators using metamaterials with negative permittivity and permeability. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2002; 1(1):10—13
- 18 许福永, 赵克玉. 电磁场与电磁波. 北京: 科学出版社, 2005: 265—268
- 19 Ford L H, Thomas A. Roman, 李盛全, 等. 负能量、虫洞与扭曲推进. 科学(中文版) 2005; (5):1—7
- 20 陈 军. 光学电磁理论. 北京: 科学出版社, 2005:185—186
- 21 姚启均. 光学教程. 北京: 高等教育出版社, 2008:30—31
- 22 许福永, 赵克玉. 电磁场与电磁波. 北京: 科学出版 2005: 206—207
- 23 Smith D R, Willie J P, Vier D C, *et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. Phys Rev Lett, 2000;84(18): 4184—4187

The Study on the Phenomenon of Negative Refraction of the Left-handed Materials Using the Huygens Mapping Method

WANG Kai-long, MA Wen-qiang, HAO Gang-ling, WANG Wei-guo

(Department of Physics and Electronic Information, Yanan University, Yanan 716000, P. R. China)

[Abstract] For the understanding of electromagnetic wave propagation in left-handed materials, the electromagnetic wave vector k dielectric is analyzed in the direction, size, and Poynting vector basis of the relationship between s , according to electromagnetic field theory electromagnetic wave at the right hand left-handed materials on the interface of the reflection and refraction (the media are isotropic). Using Huygens mapping method is explained the phenomenon of negative refraction when electromagnetic waves through the left-handed materials. Point out that the root cause of the negative refraction phenomenon is due to electromagnetic wave propagation in left-handed materials, when the wave vector and Poynting vector in the opposite direction.

[Key words] left-handed materials wave vector Poynting vector Huygens mapping method negative refraction