第10卷 第14期 2010年5月
1671-1815(2010)14-3431-08
科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering
Vol. 10 No. 14 May 2010
ⓒ 2010 Sci. Tech. Engng.

网络系统异常处理的数学模型

徐光联 尚亚蕾
(鹤壁职业技术学院电子信息工程系,鹤壁 458030)

摘 要 物流以网络流方式运行,网络中顶点有中转容量,同时也有顶点环流容量,顶点环流使用顶点分开为入点和出点的方法来表示。当网络流发生异常变化时,可引起顶点环流增加或减少的变化;而顶点环流也可以起到对网络流异常的调节作用,使网络保持一个可行流。

关键词 网络流异常 顶点环流 可行流 邻接矩阵
中图法分类号 O157.6; **文献标志码** A

物流以网络流形式运行,如客货运输、水流调度、石油或天然气输送、煤炭储运等。在进行网络流分析时,将运输中要经过的城市、调水要流过的水库等可以看成图的顶点,把道路、河流等看成图的有向边(或称为弧)。如果只考虑有向边的容量,常常不够用,于是要考虑顶点的容量[1]问题。一般来说,由于顶点环流不影响主流运算,在研究网络流时,常常把它略去。但是,在处理网络异常时,发现顶点环流可以用于处理网络流中突发的异常事件的数学模型上。例如网络中有一条边的流量突然改变,影响网络运行,通过顶点环流变化,能使异常得到及时处理。这里提出一种基于图论中顶点环流的数学模型,使用计算机模拟预测和处理网络流方面突发的异常事件。

1 问题提出

处理网络流异常的原则,是最大限度地保障网络流的正常运行。根据这个原则,要求网络流异常处理数学模型有以下功能:(1)显示原来网络流正常运行过程;(2)出现突发的异常事件后,立即进行三种工作:报警、应急处理和异常事件发展预测;(3)制定调整网络流的理想方案;(4)进行局部网络流调整;(5)显示调整后的运转过程。

2010年2月22日收到
第一作者简介:徐光联(1954—),男,山东莘县人,数学本科,高级教师,研究方向:数学与计算机程序,E-mail:xuglian@126.com。

2 预备知识

2.1 网络概念

对于一个网络 $D=(V,E,C)$,设 D 是一个简单有向图,其中 V 是顶点集,E 是弧集;在 V 中指定了一个顶点,称为源点(记为 V_s),指定另一个顶点,称为汇点(记为 V_t),其余的为中间点;对于每一条弧 $(V_i,V_j)\in E$,对应有一个 $C(i,j)\geqslant 0$,称为弧的容量。所谓网络上的流是指定义在弧集合 E 上的一个函数 $F=\{f(i,j)\}$,并称 $F(i,j)$ 为弧 (V_i,V_j) 上的流量。

定义1 满足下述条件的流 F 称为可行流:

(1)容量限制条件

对每一条弧 $(V_i,V_j)\in E$,$0\leqslant f(i,j)\leqslant C(i,j)$。 (1)

(2)平衡条件

对于除源点和汇点外的中间点,有:流出量 = 流入量。

所谓割是指容量网络中的源点和汇点分割开来,并使 V_s 到 V_t 的流中断的一组弧的集合[2]。即在网络 $D=(V,A,C)$ 中,若点集 V 被分为两个非空的集合 V_c 和 $\bar{V}_c$,使 $V_s\in V_c$,$V_t\in\bar{V}_c$,则称弧集 $(V_c,\bar{V}_c)$ 为网络 D 的一个割集。

定义 2 割的容量是组成它的集合中各弧的容量之和[2]。即给定一个割集,$(V_c,\bar{V}_c)$,称此割集中所有的弧的容量之和为这个割集的容量,记作

$$C(V_c,\bar{V}_c) = \sum_{v_i \in V_c, v_j \in \bar{V}_c} C(i,j) \qquad (2)$$

式(2)中 $V(f)$ 称为这个可行流的流量,即源点的净输出量(或汇点的净输入量)。可行流总是存在的。例如:令所有弧的流量 $f(i,j)=0$,就得到一个其流量 $V(f)=0$ 的可行流(称为零流)。

最大流问题即求一个流 $\{f(i,j)\}$,使其流量 $f(V)$ 达到最大,并且满足:

$$0 \leqslant f(i,j) \leqslant C(i,j),(V_i,V_j) \in E \qquad (3)$$

定理 1 最大流最小割定理[1]:在网络 D 中,源点 V_s 到汇点 V_t 的最大流的值等于它的最小割的容量。

2.2 有容量的顶点表示

定义 3 当“流入顶点的量与流出顶点的量相等”[2]这个平衡条件成立时,若把顶点 V_i 看作一个中转站,那么,中转站就有个最大中转能力,称之为中转容量,用 Cv_i 表示,且 $Cv_i < \infty$;而中转的流量,就是 $f(v_i)$,且 $f(v_i) \leqslant Cv_i$,称之为中转流。这个定义称为中转容量定义[3]。

有中转容量限制的顶点用图 1 表示。因而,可以将顶点分开为两个顶点,分别记为 V_i^- 和 V_i^+,称为入点和出点。

定义 4 有中转容量的顶点分开之后,将原有的弧头都连接到入点上,将所有的弧尾连接到出点上,从 V_i^- 到 V_i^+ 只有一个弧。有中转容量限制顶点分开情形用图 2 表示。

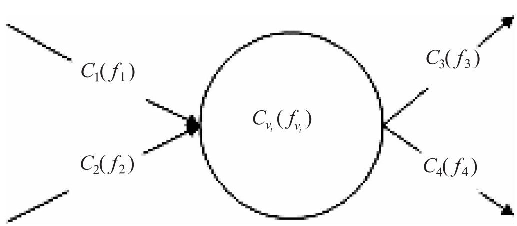

图 1 有中转容量限制的顶点

顶点分开后,最大流最小割定理仍然成立,因为满足该定理的所有条件。根据定义,有如下性质。

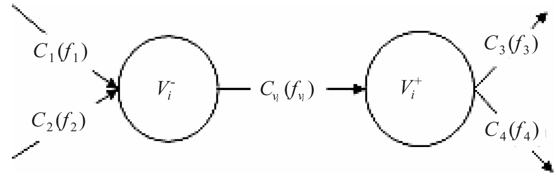

图 2 中转容量限制顶点分开

环流性质 1 有中转容量的顶点分开后,入点 V_i^- 入度≥1,出度 =1;出点 V_i^+ 入度 =1,出度≥1。

根据定义 4 不难看出,若入点的出度 >1,则必有出点的入度 >1。

2.3 有环流容量的顶点表示

定义 5 如果顶点带有一条自返弧,其弧头和弧尾都是该顶点,这条弧具有的容量,称之为环流容量,这条弧称之为环流。如果顶点带有 n 条自返弧,称为重数为 n,则可以叠加在一起,算作一条环流。

顶点的环流不影响主流的运行,一般情况下可以略去。当顶点分开成为入点和出点时,顶点表示法就有了新的意义。

定义 6 如果顶点有中转容量,并且有环流容量,称为有中转容量和环流容量的顶点。如图 3 所示。

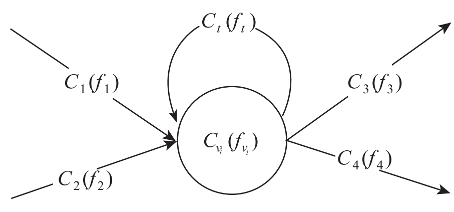

图 3 有中转容量和环流容量的顶点

考虑环流有以两种实际背景。第一,环流也可以看成一个与河水相通的水库,有自己的水量和容量,一般不影响河水的流量;当河水多时,向水库注水;河水少时,水库向河流放水。第二,环流可以理解成为一条环形护城河,而护城河水保持自己的容量、流量和循环流动;中转流是流入护城河,并能流出的一段河流,中转流的流量是河水的流量,这时,护城河相当于水库。若中转流量与护城河水流量保持互不影响状态,在考察河水流量时,就会略去护城河水的流量。根据以上分析,当采用把有容量

的顶点分开的方法来表示时,就可以把环流和中转流考虑进去了。

有环流时顶点分开的表示法:将顶点 V 分开为两个顶点,分别记为 V_i^- 和 V_i^+,按照入点在 V_i^- 和出点在 V_i^+ 的方法,用 $C_{vi}^+(f^+)$ 表示从 V_i^- 到 V_i^+ 的环流容量和环流量,这样将引起不平衡,如图 4 所示,所以要增加一个 $C_{vi}^-(f^-)$ 表示从 V_i^+ 到 V_i^- 环流容量和环流量,这样使得初始环流平衡,不影响通过顶点的中转流。如图 5 所示有环流和中转流的顶点分开图。

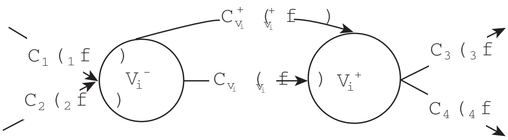

图 4　不平衡的顶点分开

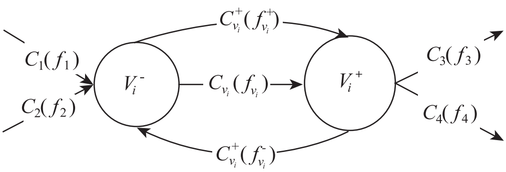

图 5　有环流和中转流的顶点分开图

环流性质 2　如果有顶点带容量,并且带有环流,那么顶点的环流是由负向流 $C_{vi}^-(f^-)$ 和正向流 $C_{vi}^+(f^+)$ 这两个流组成,它们的容量相等,其流量大小相等,方向相反,成对出现,保持运行中的平衡。如图 5 有环流和中转流的顶点分开图所示。

不难看出:若环流表示不是成对出现的,而是一个流向,那么在无源的情况下,流出后,在道路上凭空增加了流量,则网络流不平衡,所以必须有一对,保持平衡。

在图 5 中,最大流最小割定理是不成立的,因为它有重边,不符合环流性质 1,没有保持在 V_i^- 出度为 1,在 V_i^+ 入度为 1 的性质;它不是简单图,需要进行变换,才能使它也满足该定理的所有条件。

根据图 5,考察在顶点分开后入点 V_i^- 和出点 V_i^+ 的流情况。若中转流和环流均对于入点和出点有

$f_1+f_2=f_3+f_4=f_{vi}$,且 $f^-=-f^+$,且:(1)在 V_i^- 点,$f_1+f_2+f^-=f^++f_{vi}$ 平衡;(2)在 V_i^+ 点,$f^++f_{vi}=f^-+f_3+f_4$ 平衡。即流入顶点 V_i 的流量 = 流出顶点 V_i 的流量。

因为环流 $|f^+|=|f^-|$ 大小相等,方向相反,不改变中转流的性质。在容量计算上,有以下两种情况。

第一种情况,环流没有影响中转流,可以不计算环流,那么环流可以省略掉,图形为简单图,符合使用最大流最小割定理条件。那么,其容量是 $C(f_{vi})$,即中转容量顶点定义。

第二种情况,环流可能影响中转流,要计算环流,把中转流与正向环流合并称为顶点流,这样将图 5 转化为图 6 所示的有顶点流的顶点分开图,图中有重数的弧合并为一个弧,使得原来非简单图成为简单图,符合可行流的平衡条件,也符合使用最大流最小割定理条件。

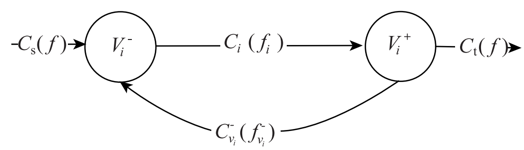

图 6　有顶点流的顶点分开图

定理 2　若顶点的中转流和环流保持在入点和出点的平衡,则顶点容量值等于中转流容量和环流的正向容量之和,顶点流的值等于中转流和环流的正向流值之和,而环流的负向流值保持不变,维持平衡。

证明　由图 5 条件,得下列公式,即合并后顶点容量值等于中转流容量和环流的正向容量之和,顶点流的值等于中转流和环流的正向流值之和,且能维持平衡。即有下列公式:

$$C_i(f_i) = C(f_{vi}) + C_{vi}^+(f^+) \tag{4}$$

$$f_i = f_v + f^+ \tag{5}$$

图 6 不但能保持流入量等于流出量,也保持了入点 V^- 的入度为 n,且 $n \geqslant 1$,出度为 1;而在出点 V^+ 的入度为 1,出度为 $n \geqslant 1$,符合环流性质 1。

2.4　具有容量的顶点分开表示法中的割

定义 7　设 G 是一个点和边均有容量的网络,

V_s 和 V_t 分别是 G 的源点(发点)和汇点(收点)。对点子集 $S \subseteq V \backslash \{V_s, V_t\}$,若在 $G\text{-}S$ 中不存在值为正的流,则称 S 为网络 G 的顶点割。称

$$C(S) = \sum_{x \in S} c(x) \qquad (6)$$

为 S 的割容量。割容量取最小的顶点割称为最小顶点割[4]。

注意:这里,在条件 G 中所有的点和边的容量均不为零的条件下,定义中提及的"在 $G\text{-}S$ 中不存在值为正的流"等价于在"在 $G\text{-}S$ 中不存在有向 (V_s, V_t) 路"。为了区分最大流最小割定理中所说的割和顶点有容量的网络中的割,前者可称为边割,后者就称为顶点割。

定理 3 最大流最小顶点割定理 设 G 是仅中间点具有限制的、点和边均有容量的网络,并且 G 中没有边 (V_s, V_t),其中 V_s 和 V_t 分别是 G 的源点(发点)和汇点(收点),则 G 的最大流的值等于 G 的最小顶点割的容量。这是(定理 1)最大流最小边割定理的推广[2]。

2.5 流量异常问题

定义 8 当流入顶点和流出顶点的量不平衡时,所引起的问题称为流量异常。

$$\text{即:}\begin{cases} f_s > f_t & \text{入超} \\ f_s = f_t & \text{正常} \\ f_s < f_t & \text{出超} \end{cases} \qquad (7)$$

3 数学模型

3.1 顶点有中转容量并且有环流的图的概念

定义 9 对于一个网络 $D = (V, E, C)$,设 D 是一个简单有向图,其中 V 是顶点集,E 是弧集;在 V 中指定了一个顶点,称为源点(记为 V_s),指定另一个顶点,称为汇点(记为 V_t),对于每一条弧 $(V_i, V_j) \in E$,对应有一个 $C(i,j) \geqslant 0$,称为弧的容量;如果图中的一个顶点,对应一个 $C_{vi} \geqslant 0$,且只起限制流量通过的作用,则称之为顶点的中转容量,这时把顶点分开为两个顶点,分别称为入点 V_i^- 和出点 V_i^+ 的图来表示。要将所有的入度连接到入点 V_i^- 上,将所有的出度连接到出点 V_i^+ 上,由一条弧 (V_i^-, V_i^+) 将两个分开的顶点接起来。如果顶点还存在一个有存储作用的环流,则在图中用两条容量相等,方向相反的两条弧表示,它们称为正向弧 (V_i^-, V_i^+) 和负向弧 (V_i^+, V_i^-),分别对应容量为 C_{vi}^+ 和 C_{vi}^-,将中转容量与正向弧容量合并后,记为 $C_i = C_{vi}^- + C_{vi}^+$,称为顶点的容量。

这样的图称为有顶点(环)流的图,所对应的网络称为顶点有环流的网络。如图 7 所示简单有向图,可扩展为图 8 所示顶点有环流的网络图。根据图 8 上的数字,可判定异常。

所谓网络上的流是指定义在弧集合 E 上的一个函数 $F = \{F(i,j)\}$,并称 $F(i,j)$ 为弧 (V_i, V_j) 上的流量。有环流的网络图符合这个定义,因为它满足了简单图的条件。

注意:若有多个源,将添加一个虚拟源作为 V_s,建立 V_s 到各源点的弧;若有多个汇,将添加一个虚拟汇 V_t,各汇到虚拟汇 V_t 的弧。简单有向图建立之后,用邻接矩阵表示。

3.2 顶点邻接矩阵与扩展邻接矩阵

设图顶点集 $V = \{V_s, V_1, V_2, \cdots, V_n, V_t\}$,如果用其邻接矩阵 A_0 中的元素表示两个相关顶点的弧上的容量或流,其形式如下。

$$A_0 = \begin{bmatrix} (V_s,V_s) & (V_s,V_1) & (V_s,V_2) & \cdots & (V_s,V_t) \\ (V_1,V_s) & (V_1,V_1) & (V_1,V_2) & \cdots & (V_2,V_t) \\ (V_2,V_s) & (V_2,V_1) & (V_2,V_2) & \cdots & (V_2,V_t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (V_t,V_s) & (V_t,V_1) & (V_t,V_2) & \cdots & (V_t,V_t) \end{bmatrix}$$

因为顶点是有中转容量的,所以 (V_s, V_s),(V_1, V_1),(V_2, V_2),$\cdots$,(V_n, V_n),(V_t, V_t) 不全为 0。即,矩阵的对角线上的元素不全为零。

元素 (V_s, V_t) 和 (V_t, V_s) 不是对角线上的元素,而且为 0,因为在最大流最小割应用中,源不能直接到汇,而汇不能到源。如图 7 所示的的简单有向图。

顶点分开后,其图形如图 8 所示顶点分开的有环流的网络图,其扩展的邻接矩阵 A_1 为

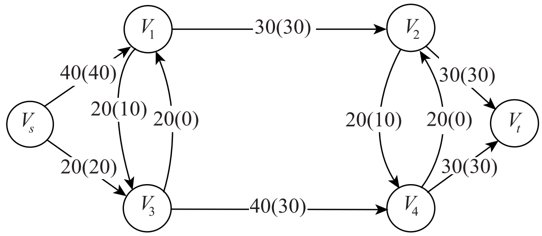

图 7　简单有向图

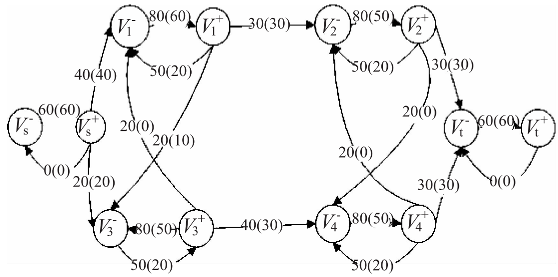

图 8　顶点分开的有环流的网络图

$$A_1=\begin{bmatrix}
(V_s^-,V_s^-) & (V_s^-,V_s^+) & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0\\
(V_s^+,V_s^-) & (V_s^+,V_s^+) & (V_s^+,V_1^-) & 0 & (V_s^+,V_2^-) & 0 & \cdots & (V_s^+,V_n^-) & 0 & (V_s^+,V_t^-) & 0\\
0 & 0 & (V_1^-,V_1^-) & (V_1^-,V_1^+) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0\\
(V_1^+,V_s^-) & 0 & (V_1^+,V_1^-) & (V_1^+,V_1^+) & (V_1^+,V_2^-) & 0 & \cdots & (V_1^+,V_n^-) & 0 & (V_1^+,V_t^-) & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & (V_2^-,V_2^-) & (V_2^-,V_2^+) & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0\\
(V_2^+,V_s^-) & 0 & (V_2^+,V_1^-) & 0 & (V_2^+,V_2^-) & (V_2^+,V_2^+) & \cdots & (V_2^+,V_2^-) & 0 & (V_2^-,V_t^-) & 0\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & (V_n^-,V_n^-) & (V_n^-,V_n^+) & 0 & 0\\
(V_n^+,V_s^-) & 0 & (V_n^+,V_1^-) & 0 & (V_n^+,V_2^-) & 0 & \cdots & (V_n^+,V_n^-) & (V_n^+,V_n^+) & (V_n^+,V_t^-) & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & (V_t^-,V_t^-) & (V_t^-,V_t^+)\\
(V_t^+,V_s^-) & 0 & (V_t^+,V_1^-) & 0 & (V_t^+,V_2^-) & 0 & \cdots & (V_t^+,V_n^-) & 0 & (V_t^+,V_t^-) & (V_t^+,V_t^+)
\end{bmatrix}$$

3.3　有环流的图与邻接矩阵的特征

3.3.1　有环流的图是个简单图

顶点有容量、有环流的图,通过将顶点分开成入点和出点后,顶点有容量就变换成为顶点无容量的图了,通过中转容量与正向弧容量合并后,有环流的图中没有了重数,那么这类图就又成为了简单图了,这里所说的邻接矩阵都是关于简单图的。

3.3.2　有环流的图的邻接矩阵的特征

环流性质 3　当原来顶点分成入点和出点后,新图性质由它的扩展矩阵表示出来。

(1) 图中顶点的数量由原来的 n 个增加到 2n 个,扩展的邻接矩阵的元素个数是原来的 4 倍,那么计算量增加了,但是其复杂度的量级未变,是可以接受的。

(2) 因为扩展后的顶点是无容量的,扩展矩阵主对线上全为 0,即 (V_s^-,V_s^-),(V_s^+,V_s^+),(V_1^-,V_1^-),(V_1^+,V_1^+),(V_2^-,V_2^-),(V_2^+,V_2^+),$\cdots$,(V_n^-,V_n^-),(V_n^+,V_n^+),(V_t^-,V_t^-),(V_t^+,V_t^+) 全为 0。

(3) 中间点(非源点、非汇点)分成入点 V_i^- 和出点 V_i^+ 以后,从入点 V_i^- 到出点 V_i^+ 只有一个弧,即 (V_i^-,V_i^+),$i=1,2,3,\cdots,n$。

给定一个出点 V_j^+(作为弧尾)都有可能连接到任意入点 V_i^-,即有 (V_j^+,V_i^-) $i=1,2,\cdots,n$。

任意一个出点 V^+ 都可能连接到给定的入点 V^-(作为弧头),即有 (V_i^+,V_j^-) $i=1,2,\cdots,n$。

V_s^- 是源点的入点,在正常时,只有一条出弧到达 V_s^+,所有从源出来的流,都是通过这个出弧流到 V_s^+ 后,又流向其他入点的。

V_t^+ 是汇点的出点,也是最终点,正常时,只有一个入弧,也就是从 V_t^- 到达 V_t^+ 的一条弧,所有的出点都要注入 V_t^- 后,再汇到这一条入弧到达 V_t^+。

(4) 发生出超异常时,要增加一个源 V_s^- 到 V_i^- 的虚拟弧,即 (V_s^-,V_i^-),作为一种平衡状态供计算时使用。同理,在出点 V_i^+ 发生入超异常时,要增加一个 V_i^+ 到汇 V_t^+ 的虚拟弧,即 (V_i^+,V_t^+),也作为一种平衡状态供计算时使用。

(5) 而 (V_s^+,V_t^-) 或 (V_t^+,V_s^-) 为 0,因为在最大

流最小割应用中,源不能直接到汇,而汇更不能到源。

3.4 异常处理

处理异常要有检测异常、确定异常范围、环流阶跃改变保持网络平衡等步骤。

3.4.1 异常检测方法

定理 4 对于邻接矩阵 A_1,存在一个数 δ,可以用下面的检测算法得到。

(1) 在检测程序算法中,若式(8)成立,则进入第 j 个顶点 V_j 的流等于从第 j 个顶点流出的流。是于正常流。

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} f(i,j) - \sum_{i=1}^{n} f(j,i) = 0 \quad (8)$$

(2) 在检测程序算法中,若下式成立,则进入第 j 个顶点 V_j 的流小于从第 j 个顶点流出的流。是出超异常。

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} f(i,j) - \sum_{i=1}^{n} f(j,i) < 0 \quad (9)$$

(3) 在检测程序算法中,若下式成立,则进入第 j 个顶点 V_j 的流大于从第 j 个顶点流出的流。是入超异常。

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} f(i,j) - \sum_{i=1}^{n} f(j,i) > 0 \quad (10)$$

注意:这个公式中的下标是从 1 开始到 $2n$ 结束,对应 1 到 n 个顶点分开后的情形。

3.4.2 确定异常范围的参数

定义 10 顶点容量界限:中转容量与中转流 $C_{vi}(f_{vi})$,环流容量与环流 $C_{vi}^{+}(f^{+})$ 和 $C_{vi}^{-}(f^{-})$,且 $C_{vi}^{+} = C_{vi}^{-}$ 顶点流容量与顶点流,$C_i(f_i)$ 。

定理 5 若已知未发生异常时的可行流 f ,

若环流增加量等速,当 $n\delta > C_{vi}^{+}$ 或 $n\delta > C_{vi}^{-}$ 时,那么引起上溢。 (11)

若环流减少量等速,当 $n\delta < C_{vi}^{+}$ 或 $n\delta < C_{vi}^{-}$ 时,那么引起下溢。 (12)

而且:上溢周期数计算 $T_{n1} = (C_{vi} - f^{+})/\delta$ (13)

下溢周期数计算 $T_{n2} = f^{+}/\delta$ (14)

根据式(11)—式(14)来预测异常发展达到的边界值,为处理异常的网络流提供数据。

3.4.3 环流增减方式与网络流变化

察网络运行实况,它有周期存在。例如交通网络中,每天定时的列车或汽车的班车以天为周期运行。

定义 11 若在相等的时间内,有相同的运行事件发生,记这个时间为同期,记为 T。

处理异常在周期 T 内运行,某日的异常事故,影响当日,或者影响几天的情况都有发生。每到出现异常事故,总要进行一些调整。基于图论模型的处理过程行描述如下。

报警功能

对于入超异常, 在周期 T_1 内,处理方法如下。

第 1 步:在周期 T_1 内,根据条件判断,有 f^{+},且是否有入超“$\delta_1 > 0$”?

若无入超,也无出超,则表示正常。否则,若有入超,则进行第 2 步。

第 2 步:若 $f^{+} + \delta_1 < C_{vi}^{+}$,那么,增加一个出点 V_i^{+} 直到汇点 V_t^{+} 的弧(V_i^{+}, V_t^{+}),弧上面的流由 $C_{vsi}(\delta_1)$,使其成为可行流。报警,可自动控制或调节的网络异常,进行自动控制处理阶段。进入第 3 步。

否则,$f^{+} + \delta_1 >= C_{vi}^{+}$,报警,是特大异常,不可自动控制异常。进入第 4 步。

应急功能

第 3 步:令 $f^{+} = f^{+} + \delta_1$,再令 $f^{-} = f^{+}$,去掉弧(V_i^{+}, V_t^{+})。这种异常处理使得网络平衡,相当于处理应急事件,将运不走的“流”存入本地的“环”中,环中的流增加了,这是环流的作用。进入第 4 步。

第 4 步:调整网络流运行方案, 可用多种方法。

改变网络环流条件,为周期 T_2 作准备。

预报功能:若有入超条件保持不变,将导致几个周期 T 后的某个周期中 T,超过其容量。

进行局部网络流调整操作:

入超条件改变的方法有:(1)减少进入顶点的流;(2)增大流出;(3)减少流入或增加流出同时进行等。由于网络流是相关的,可能要调节多条路上的流量。进入第 5 步。

显示调整后的运转过程:

第 5 步:在周期 T_2 内判断条件,若这时仍有

$f^+ < C_{vi}$，存在，但入超 $\delta_2 = 0$，那么就意味着环流不再增加，达到平衡，异常处理告一段落；否则入超 $\delta_2 > 0$，那么，重复第 1，2，3，4 步，增加从 V_i^+ 到汇点 V_t^+ 的弧，使其平衡。

重复以上各步骤，总有一个周期 T_n，因条件改变原因，使得入超 $\delta = 0$，或者有 $f^+ + \delta > C_{vi}^+$ 为止。

这里增加环流是在改变周期时完成的，中间无过渡状态，是阶跃性质。

异常在周期 T_1 内出现，一般不可能在 T_1 内进行全面的网络流调节，所以用 1、2、3 步来处理异常，这就是用环流调节网络流，是异常事件应急处理模型，在第 4 步，改变的条件有多种方法。例如重新计算整个网络的最大流和最小割，将网络流调整成为最佳，是一种基于图论的调整方法。网络流条件调整，是列车在第二天执行新运行时刻表时的模型。在计算最小割的时候，可能计算出的割是边割，也可能是顶点割。

对于出超异常，在周期 T_1 内，处理方法如下。

第 1 步：根据条件判断，有 f^+，且 $\delta_1 > 0$；

第 2 步：若 $0 < f^+ - \delta_1 < C_{vi}^+$，那么，增加从源点 V_s^- 直到入点 V_i^- 的弧（V_s^-，V_i^-），弧上面的流由 $C_{vsi}(\delta_1)$，使其成可行流；

第 3 步：令 $f^+ = f^+ - \delta$，令 $f^- = f^+$，去掉弧（V_s^-，V_i^-）；

第 4 步：改变网络环流条件，为周期 T_2 作准备。

第 5 步：在周期 T_2 内判断条件。如果条件改变，使得 出超 $\delta_2 = 0$，那么就意味着环流减少，达到平衡；如果出超 $\delta_2 > 0$，那么，重复第 1，2，3，4 步，增加从源点到 V_i^- 的弧，使其平衡。

重复以上步骤，总有一个周期 T_n，使得入超 $\delta = 0$，或者有 $f^+ - \delta < 0$ 为止。

3.5　异常成对性质

环流性质 4　在可行流运行中，如果一条弧上的流量改变，则会影响与这一条弧相关联的两个顶点的平衡流量，则两个顶点都要出现异常，因而，称为异常成对性质。

4　用法举例

4.1　正常网络系统和异常出现

设正常网络系统如图 7 所示，从源点 V_s 向汇点 V_t 运送救灾物资，经过 V_1、V_2、V_3 和 V_4 这四个城市，每天运输量为 60，系统要求必须保障送到目的地。城市顶点有中转容量和中转流量，且有一定的救灾物资储备能力即环流容量，其值是网络图中所标的值，网络顶点用分开后的顶点图如图 8 所示，图中顶点的中转流和正向环流合并为顶点流，网络中的流是可行流。

道路总通行量是由多道同向路合计而成，即有 30(30)。因某条道路现事故不能通行，道路，即图中的弧（V_1^+，V_2^-）上的容量和流发生变化，由 30(30) 改变到 20(20) 的时候，在 V_1^+ 处出现入超异常，在 V_2^- 处出现出超异常。则图 9 就是顶点有环流的异常处理图。

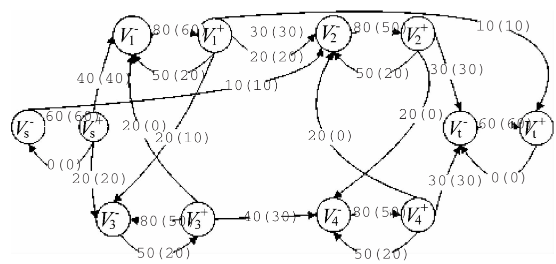

图 9　顶点有环流的异常处理图

4.2　异常处理

1）　在周期 T_1 内，检测出（V_1^+，V_2^-）上的容量和流发生变化，由 30(30) 改变到 20(20)，即判断异常性质：在 V_1^+ 处出现入超异常，即流入量 = 60，流出量 = 20 + 10 + 20 = 50，$\delta = 60 - 50 = 10 > 0$；在 V_2^- 处出现出超异常，即流入量 = 20 + 20 = 40，流出量 = 50，$\delta = 50 - 60 = -10 < 0$ 。

2）　连接源点 V_s^- 直到入点 V_2^- 的弧（V_s^-，V_2^-），标出 10(10)，使 V_2^- 处平衡，流入流出；连接点 V_1^+ 直到汇点 V_t^+ 的弧（V_1^+，V_t^+），标上 10(10)。即应急处理，让在 V_1^+ 处运不走的物资存在 V_1 城市（相当于虚拟汇点），让 V_2^- 处不足的物资源使用 V_2

城市的储备物资运向汇点(相当于虚拟源点)。

3)　令 $f^{+}=f^{+}+\delta_1$,再令 $f^{-}=f^{+}$,去掉弧(V_i^{+},V_t^{+})。相当于增加环流,即 V_1 城市将运不走的物资放到储备仓库。令 $f^{+}=f^{+}-\delta$,令 $f^{-}=f^{+}$,去掉弧(V_s^{-},V_i^{-})。相当于将环流减少,相当于 V_2 城市储备物资运送到汇点。

4)　在上述应急处理期间,考虑重新调整网络流向。计算出,按照原来的运输方案,有:

(环流容量 50 - 环流量 20)/ 存入量(虚拟汇入量)10 其结果等于 3,即 V_1 城市三天后将达到(环流)存储上限。环流量 20 / 环流减少量(虚拟源流出量)10 = 2 ,即 V_2 城市两天后的存储物资(环流)将运完。

利用最大流最小割定理,计算并制定新的方案,协调各城市运输能力,新方案可以由图 10 表示。

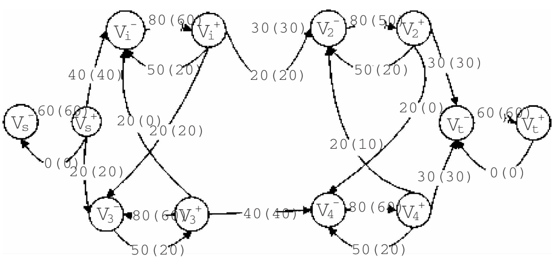

图 10　顶点有环流的运行方案

5)　若上述道路事故在 1 - 2 天内解决,第 3 天可以按原运输网络方案进行,保持物资运输不受影响,超过 2 天,就可以使用如图 10 中的新方案。

5　结语

图论中顶点有环流的图转化为简单图的方法,作为物流类网络异常处理的模型,符合实际。使用其数学模型中的邻接矩阵,可以方便地进行计算。图中的数据计算用 VC++ 语言编程实验得出。这个模型可以用来模拟交通运输网络中道路桥梁不能通行、局部地区突降暴雪、发生地震等突发灾害等异常事件对周边地区的交通网络影响的情形。利用这个方法,用于预测、模拟或处理突发事件,可以节约大量成本。

参　考　文　献

1　Ahujia R K, Magmanti T L, Orlin J B. Network floews: theory, algorithms and applications. New Jersey: Rentice-Hall, 1993

2　王朝瑞. 图论(第三版). 北京:北京理工大学出版社,2001:291—292

3　张先迪,李正良. 图论及其应用. 北京:高等教育出版社,2005:250—253

4　张宪超,江　贺,陈国良. 顶点和边都有容量的有向平面网络中的最小截和最大流. 计算机学报,2006;29(4):545—546

Network System Exception Deal with the Mathematical Model

XU Guang-lian , SHANG Ya-lei

(Dept. of Electronic Information Engineering, Hebi College of Vocation and Technology, Hebi 458030, P. R. China)

[**Abstract**]　Logistics by the network flows way movement, in the network the vertex has the relay capacity, simultaneously also has the vertex circulation capacity, the vertex circulation use vertex separates to into point and out point. When the network flows occurs exceptionally changes, may cause the vertex circulation to increase or the reduced change; but the vertex circulation may also get up to the network flows unusual control action, causes the network maintains a feasible class.

[**Key words**]　network flow exceptions　vertex circulation　a viable flow　adjacency matrix